

EFEK VARIASI RADIUS NUKLEON TERHADAP PERSAMAAN KEADAAN BINTANG NEUTRON

Suparti*, A.Sulaksono, T.Mart

Departemen Fisika, FMIPA, Universitas Indonesia, Depok 16424, Indonesia

*Email: forum.genio13@yahoo.com

Abstrak

Parameter isoskalar SNM dan parameter isovektor PNM untuk berbagai nilai radius nukleon serta efek *fitting* pada prediksi daerah *medium density* dan *low density PNM*, dengan menggunakan nilai jangkauan parameter $\beta = 0.0005$ dan $\beta = 0.01$ serta radius nukleon 0, 0.66 fm, 0.76 fm, 0.83 fm, dan 0.99 fm telah berhasil diperoleh. Parameter isoskalar hasil fit menghasilkan nilai yang cocok dengan perhitungan DBHF untuk semua radius nukleon yang digunakan, kecuali untuk radius 0.99 fm yang tidak memenuhi prediksi EOS SNM, menurut hasil eksperimen tumbukan ion berat. Sementara itu, efek *fitting* untuk parameter-parameter di luar daerah *fitting window* tidak sesuai dengan jangkauan eksperimen Danielewicz, dkk. Hal ini kemungkinan diakibatkan oleh keterbatasan jangkauan parameter (nilai β) dan radius nukleon yang digunakan.

Abstrak

Effects of the Nucleon Radius Variation on the Equation of State of Neutron Star

The isoscalar parameter of SNM and the isovector parameter of PNM from various nucleon sizes as well as the effects of the fitting on medium density and low density prediction regimes of PNM have been investigated. To this end, we have chosen the cut-off parameter $\beta = 0.0005$ and $\beta = 0.01$, with the nucleon radii of 0, 0.66, 0.76, 0.83, and 0.99 fm. The obtained isoscalar parameters are in a good agreement with the result of the DBHF calculation for all nucleon radii used, except for $r_N = 0.99$ fm, which does not fulfill the SNM EOS prediction based on the result of heavy ion collision. On the other hand, the effect of fitting of the parameters outside the upper and lower bounds leads to a disagreement with the experimental result of Danielwicz *et al.* It is suspected that this could happen due to the limitation of the parameter range β , as well as the nucleon radius.

Keywords: nucleon radius, parameter, equation of state

1. Pendahuluan

Ide teori dari bintang neutron yang pertama datang dari Baade dan Zwicky pada tahun 1934. Dia mengemukakan pendapat bahwa bintang neutron terbentuk dari sisa ledakan supernova, di mana sebagian besar energinya dilepaskan oleh bintang dan intinya kolaps [7,10]. Hasil akhir dari kolapsnya bintang tersebut di akhir hidupnya bergantung pada massa bintang semula. Bintang dengan massa inti lebih kecil dari massa Chandrasekhar, yaitu $1.4 M_{\odot}$ akan menjadi katai putih (*white dwarf*). Bintang dengan massa inti

akhir lebih besar dari massa Chandrasekhar ($\geq 1.4 M_{\odot}$) akan menjadi bintang neutron [6].

Keadaan materi bintang neutron dengan kerapatan yang sangat tinggi akibat gaya gravitasi dapat dijelaskan dengan menggunakan teori relativitas umum [1]. Banyak model teori yang dikembangkan untuk menjelaskan materi nuklir bintang neutron. Salah satu model yang cukup baik mengakomodasi efek relativistik adalah model relativistik dengan pendekatan medan rata-rata (*relativistic mean field/RMF*). Model ini digunakan jika diasumsikan bahwa bintang neutron tersusun

dari nukleon dan lepton, sehingga persamaan keadaan bintang neutron bagian dalam dapat ditentukan [1].

Penelitian yang dilakukan untuk menjelaskan persamaan keadaan bintang neutron menjadi topik yang masih menarik untuk dipelajari sampai saat ini. Untuk itu, kami mempelajari bagaimana persamaan keadaan bintang neutron pada berbagai variasi radius nukleon. Dalam model relativistik diperlukan konstanta-konstanta kopling untuk menentukan kekuatan interaksi antarpartikel yang ada di dalam materi. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu parameter untuk menggambarkan sifat materi nuklir bintang neutron. Parameter konstanta kopling diperoleh dari *fitting* model terhadap data eksperimen. Beberapa parameter set telah dikenalkan, diantaranya parameter set IUFSU, IUFSU*, NL3, FSUGold, dan lain-lain [8]. Untuk model RMF kami menggunakan parameter set awal yang diperoleh dari IUFSU dan IUFSU* [3,9]. Dalam penelitian ini kami mendapatkan parameter dengan memfitting model parameter dengan hasil perhitungan DBHF [11]. Hasil parameter terbaik diindikasikan dengan nilai χ^2 , yang mana menunjukkan perbandingan model dengan hasil perhitungan paling minimum.

2. Metode Penelitian

1. Menerjemahkan persamaan keadaan (EOS) untuk kasus *symmetric nuclear matter* (SNM), EOS untuk kasus *pure neutron matter* (PNM), dan EOS untuk kasus *neutron star matter* (NSM) yang diprediksi oleh model yang digunakan ke dalam bahasa numerik untuk program Fortran.
2. Mengkompilasi data hasil perhitungan berdasarkan pendekatan *Dirac Brueckner Hartree Fock* (DBHF). Data ini akan digunakan untuk mem *fitting* parameter dari data yang digunakan.
3. *Fiting* parameter model dengan hasil perhitungan DBHF dengan menggunakan program *minuit*. Hasil terbaik ditandai dengan nilai χ^2 yang paling minimum.
4. Memplot hasil yang diperoleh dari *fitting* data dengan menggunakan *Gnuplot* kemudian membandingkan hasilnya dengan penelitian yang sudah ada.
5. Tahap 3 dan 4 adalah proses yang dikerjakan untuk menghitung parameter isoskalar SNM, yaitu meliputi g_σ , g_ω , b_2 , b_3 , c_1 dengan

parameter set awal IUFSU.

6. Hasil terbaik yang diperoleh pada tahap 3 dan 4, selanjutnya digunakan untuk menghitung parameter isovektor PNM (g_π , g_4) yaitu dengan cara parameter yang sudah diperoleh pada tahap 3, 4, 5 dibuat tetap pada EOS PNM.
7. Menggunakan parameter isoskalar dan isovektor yang diperoleh untuk menghitung EOS *Neutron Star Matter* (NSM), yaitu hubungan tekanan dengan energi densitas.

3. Hasil dan Pembahasan

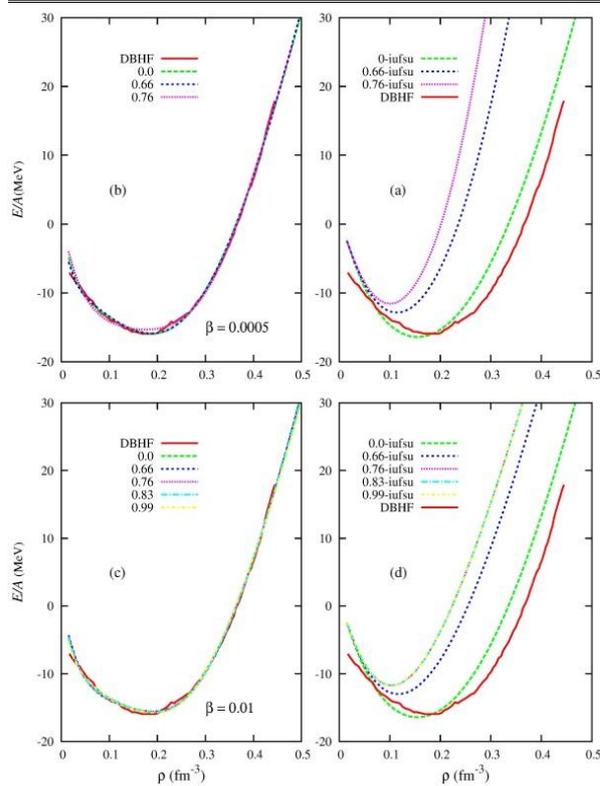
Penelitian ini dibatasi pada persamaan keadaan dari materi bintang neutron, yaitu hubungan antara tekanan materi bintang neutron di dalam bintang neutron terhadap kerapatan jumlah nukleon untuk persamaan keadaan SNM, PNM, dan NSM. EOS dari SNM, yaitu bintang neutron diasumsikan tersusun dari neutron dan proton dalam jumlah yang sama yang saling berinteraksi. EOS PNM, artinya bintang neutron dianggap tersusun dari 100% neutron yang saling berinteraksi, sedangkan jika EOSnya dipilih EOS dari NSM, artinya bintang neutron tersusun dari neutron, proton, muon, dan elektron yang saling berinteraksi yang komposisinya ditentukan berdasarkan kondisi kesetimbangan β dan netralitas.

Fit parameter isoskalar untuk SNM meliputi g_σ , g_ω , b_2 , b_3 , dan c_1 . Parameter dikerjakan dengan memakai nilai $\beta = 0.0005$ dan $\beta = 0.01$. Variasi radiasi nukleon yang digunakan yaitu $r_N = 0, 0.66$ fm, 0.76 fm, 0.83 fm, 0.99 fm untuk masing-masing β . Dalam perhitungan ini kita menggunakan parameter set IUFSU sebagai inisial awal untuk mendapatkan parameter isoskalar.

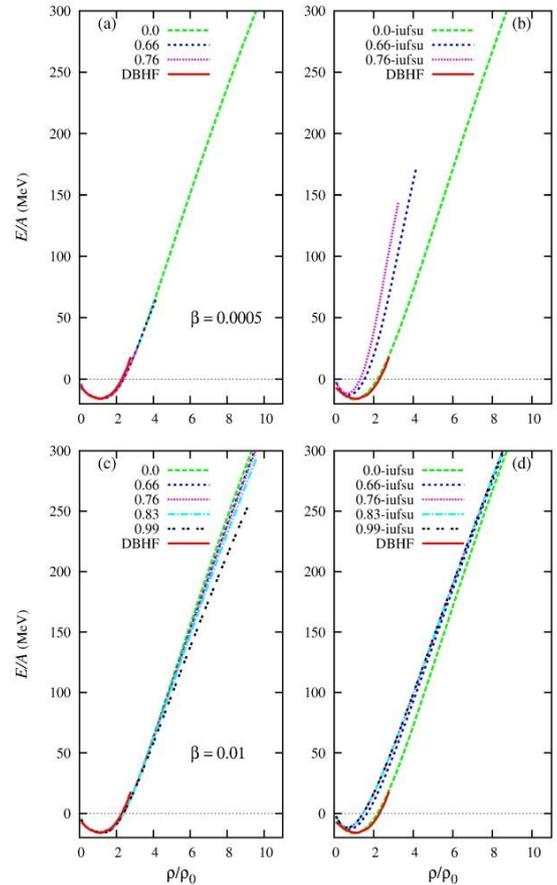
Hasil parameter isoskalar pada $\beta = 0.01$ dan $\beta = 0.0005$ ditunjukkan pada Tabel 1. Gambar 1 menunjukkan perbandingan antara data hasil perhitungan DBHF dengan hasil *fitting*. Data hasil perhitungan DBHF diindikasikan dengan garis merah penuh. Gambar (a) dan (d) adalah kurva dengan menggunakan parameter IUFSU pada nilai $\beta = 0.0005$ dan $\beta = 0.01$. Sedangkan gambar (b) dan (c) adalah kurva hasil perhitungan dengan parameter hasil *fitting*, masing-masing untuk nilai $\beta = 0.0005$ dan $\beta = 0.01$. Berdasarkan Gambar 1, dapat diketahui bahwa model yang digunakan mampu menunjukkan kesesuaian dengan data hasil perhitungan DBHF yang diindikasikan dengan garis putus-putus berimpit dengan garis merah penuh.

Tabel 1. Parameter terbaik isoskalar hasil fit pada $\beta = 0.0005$ dan $\beta = 0.01$.

β	r_N	g_σ	g_ω	b_2	b_3	c_1	χ^2	Ket
	0	11.950	15.512	-4343.9	-24.998	400.00	0.8	Set*
0.0005	0.66	11.953	14.633	-9108.6	-17.5	1475.2	0.5	Set 1
	0.76	9.7676	11.515	-6116.4	-90	286.22	1	Set 2
	0	11.949	15.512	-4342.6	-24.972	400.02	0.8	Set 5
	0.66	11.166	14.248	-4193.1	-48.045	257.76	1	Set 6
0.01	0.76	11.262	14.399	-4188.2	-53.174	270.94	0.9	Set 7
	0.83	11.687	15.01	-4517.2	-60	347.65	0.9	Set 8
	0.99	3.263	17.33	-5882.5	-80.242	784.03	0.9	Set 9

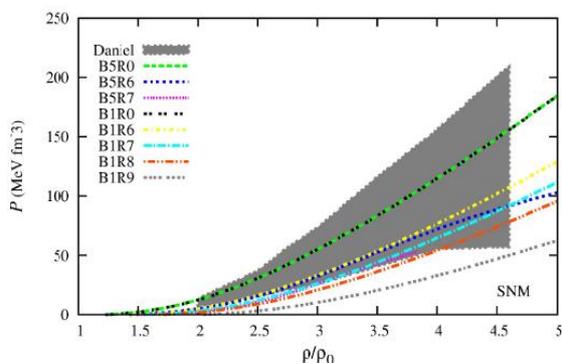


Gambar 1. Hubungan binding energy (E/A) terhadap kerapatan (ρ) pada pendekatan DBHF. (a) Parameter IUFSU dengan nilai $\beta = 0.0005$. (b) (Fitting) parameter memakai nilai $\beta = 0.0005$. (c) (Fitting) parameter model memakai nilai $\beta = 0.01$. (d) Parameter IUFSU dengan nilai $\beta = 0.01$.



Gambar 2. Hubungan binding energy (E/A) terhadap kerapatan (ρ) dalam kerapatan saturasi (ρ_0) pada pendekatan DBHF berdasarkan hasil fitting data dan pada parameter IUFSU.

Perbandingan antara parameter IUFSU dengan parameter isoskalar hasil *fitting* pada hubungan *binding energy* E/A dalam MeV fm^{-3} terhadap kerapatan jumlah barion ρ yang dinyatakan dalam kerapatan saturasi ρ_0 ditunjukkan oleh Gambar 2. Kerapatan saturasi ρ_0 yang digunakan dalam penelitian ini sebesar 0.153 fm^{-3} [1]. Kurva ini merupakan ekstrapolasi dari hasil pada Gambar 1, yaitu untuk mengetahui sejauh mana efek *fitting* pada prediksi daerah kerapatan tinggi. Gambar 2 (b) dan (d) menunjukkan ekstrapolasi dari hasil Gambar 1 dengan menggunakan parameter IUFSU dengan nilai β masing-masing 0.0005 dan 0.01. Gambar 2 (a) dan (c) menunjukkan ekstrapolasi dari hasil Gambar 1 dengan menggunakan *fitting* parameter model hasil perhitungan DBHF. Pada nilai $\beta = 0.0005$ dengan variasi $r_N = 0, 0.66 \text{ fm}$, dan 0.76 fm mendapatkan hasil yang sesuai. Namun, hasil yang kurang akurat ditunjukkan pada gambar (c) pada kurva dengan nilai $\beta = 0.01$ dan radiasi nukleon 0.99 fm , di mana pada rasio kerapatan terhadap kerapatan saturasi $(\rho/\rho_0) \geq 6$ kurva tidak lagi berimpit dengan hasil perhitungan DBHF. Dari kurva tersebut dapat dilihat bahwa efek *fitting* pada prediksi kerapatan tinggi dapat diterima dengan baik. Kesimpulannya bahwa parameter set yang diperoleh dapat digunakan sebagai referensi dalam penelitian selanjutnya.



Gambar 3. Kesesuaian parameter set isoskalar hasil *fitting* terhadap persamaan keadaan SNM yang diekstraksi dari hasil tumbukan ion berat Danielwicz [2].

Parameter yang diperoleh seperti ditunjukkan pada Tabel 1 tidak dapat diterima begitu saja, namun dilakukan uji kesesuaian dengan persamaan keadaan SNM yang diekstraksi dari tumbukan ion berat oleh Danielewicz [2]. Perbandingan parameter hasil *fitting* terhadap prediksi SNM EOS

berdasarkan hasil tumbukan ion berat Daniel ditunjukkan pada Gambar 3. Kurva ini menunjukkan bahwa parameter Set 9 tidak memenuhi jangkauan dari data ini. Artinya parameter ini tidak dapat mereproduksi data perhitungan dengan sempurna.

Selanjutnya akan dibahas bagaimana hasil *fitting* parameter isovektor g_ρ dan g_4 PNM pada *medium density* dan *low density*. *Fitting* parameter ini didasarkan pada parameter isoskalar yang sudah diperoleh pada SNM. Inisial awal yang digunakan pada penelitian ini adalah parameter set IUFSU*. Prosedur sama dilakukan seperti menghitung parameter set isoskalar, hanya saja pada perhitungan parameter ini, nilai parameter set isoskalar yang dibuat tetap. Tahap-tahap setiap iterasi dalam mendapatkan parameter isovektor *medium density* untuk nilai $\beta = 0.0005$ dengan $r_N = 0.66 \text{ fm}$ dan 0.76 fm serta untuk nilai $\beta = 0.01$ dengan $r_N = 0.66 \text{ fm}$, 0.76 fm , dan 0.83 digambarkan dalam plot. Tujuannya supaya kita dapat melihat pada *fit* ke berapa parameter telah menunjukkan hasil yang sesuai dengan daerah yang diijinkan berdasarkan hasil eksperimen tumbukan ion berat [2], hal ini karena pada nilai χ^2 paling minimum tidak menjamin hasil yang realistis (sesuai dengan standar). Untuk menyingkat penulisan, daerah EOS dari PNM yang diijinkan berdasarkan hasil eksperimen tumbukan ion berat kita namakan "standar".

Tabel 2. Parameter isovektor hasil *fitting* pada nilai $\beta = 0.0005$ dan $\beta = 0.01$ untuk PNM.

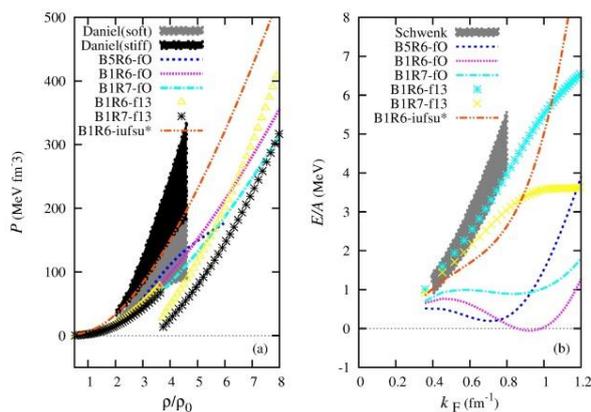
β	r_N	g_ρ	g_4	χ^2	Ket
0.0005	0.66	11	4395.1	17.5	fit ke-27
0.01	0.66	12.21	4500	45.5	Fit ke-10
0.01	0.76	9.9122	5000	70.7	Fit ke-9

Parameter isovektor terbaik hasil *fitting* setelah melalui beberapa tahap disajikan dalam Tabel 2. Dari sejumlah iterasi, hanya beberapa nilai saja yang memenuhi standar. Beberapa indikasi yang menyebabkan ketidaksesuaian hasil *fitting* dengan standar, antara lain keterbatasan *fitting* parameter, sebagaimana diketahui pada penelitian ini *fitting* parameter isovektor hanya 2 konstanta kopling. Selain itu, nilai β dan radius nukleon yang terbatas

menjadi salah satu faktor ketidaksesuaian dengan standar. Artinya, parameter isovektor terkorelasi kuat terhadap β dan r_N (radius nukleon).

Selain pada daerah *medium density*, efek *fitting* juga ditinjau pada daerah *low density*. Untuk menggambarkan apakah ekstrapolasi mendapatkan hasil yang baik atau tidak, maka setiap iterasi *fitting* parameter dibuat plot sehingga setiap tahap iterasi dapat diketahui *fit* ke berapa yang ekstrapolasinya konsisten dengan model yang dikembangkan oleh Schwenk dan Pethick [3,5]. Dari hasil plot, diperoleh bahwa yang konsisten dengan model Schwenk hanya pada nilai $\beta = 0.01$ dan radius nukleon 0.66 fm, yaitu pada fit ke-13 dan ke-14. Hasil yang hampir lolos model Schwenk pada $\beta = 0.01$ dengan radius nukleon 0.76 fm pada fit ke-13. Hasil ini bertentangan dengan parameter isovektor PNM pada daerah *medium density*, yang justru pada *fit* tersebut hasilnya tidak konsisten (ditunjukkan dengan grafik ke bawah). Kesimpulan yang diperoleh bahwa ekstrapolasi gagal pada daerah *low density*, dugaan sementara diakibatkan keterbatasan parameter, nilai β , dan r_N .

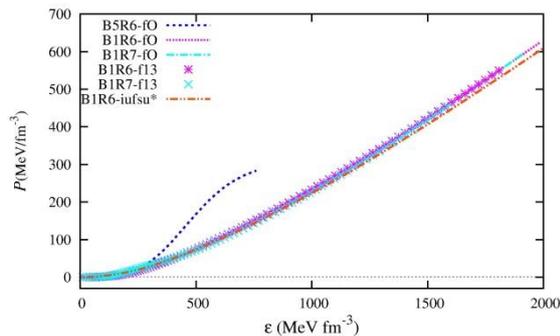
Gambar 4 (a) menunjukkan plot parameter isovektor terbaik dari hasil iterasi pada daerah *medium density*. Plot ini merupakan seleksi dari beberapa fit hingga diperoleh *fitting* parameter yang lolos standar [2]. Pada gambar diperlihatkan perbandingan antara kurva sebelum (B1R6-iufsu*) dan setelah *fitting*.



Gambar 4. (a) Persamaan keadaan tekanan terhadap rasio kerapatan terhadap saturasi untuk *medium density* PNM. (b) Binding energy sebagai fungsi momentum Fermi untuk *low density* PNM.

Dari kurva terlihat bahwa semakin minimum nilai χ^2 hasilnya semakin tidak konvergen. Sedangkan Gambar 4 (b) merupakan kurva ekstrapolasi *fitting* parameter pada daerah *low density*. Poin bintang (B1R6-f13) dan poin kuning (B1R7-f13) masing-masing menunjukkan hasil fit ke-13 pada $\beta = 0.01$ $r_N = 0.66$ fm dan fit ke-13 untuk $\beta = 0.01$ $r_N = 0.76$ fm. Kurva ini merupakan hasil *fitting* yang lolos model Schwenk [3,5]. Garis putus-putus biru (B1R6-fO) merupakan fit ke-27, di mana pada fit ini lolos standar Daniel, namun pada model Schwenk menunjukkan kurva yang jauh dari daerah seleksi. Demikian pula untuk garis putus-putus pink (B1R6-fO) dan hijau (B5R6-fO), masing-masing fit ke-10 dan ke-9 pada radius 0.66 fm dan 0.76 fm. Pada fit ini, hasil bertentangan antara daerah *medium density* dan *low density*.

Gambar 5 menunjukkan hubungan tekanan materi nuklir P dalam MeV fm^{-3} terhadap kerapatan energi ϵ dalam MeV fm^{-3} menggunakan model EOS NSM dengan parameter Set 1, Set 6, dan Set 7 serta sebagai pembanding digunakan parameter set IUFSU*. Garis putus-putus biru menunjukkan EOS NSM pada $\beta = 0.0005$ $r_N = 0.66$, garis putus-putus toska dan magenta masing-masing untuk nilai $\beta = 0.01$ $r_N = 0.66$ dan $r_N = 0.76$. Kurva poin bintang pink dan toska pada Gambar 5 masing-masing menunjukkan EOS NSM untuk nilai $\beta = 0.01$ $r_N = 0.66$ fit ke-13 dan $r_N = 0.76$ fit ke-13, sebagaimana diketahui bahwa pada *fitting* parameter ini, pada *medium density* hasilnya tidak konvergen, dan sebaliknya pada *low density* mendapatkan hasil yang baik, demikian pula pada NSM hasilnya *soft*. Dari gambar tersebut menginformasikan bahwa semakin besar rapat energinya, semakin besar pula tekanannya, di mana tekanan materi nuklir pada pusat bintang neutron untuk parameter Set 1 paling *stiff* dan pada parameter Set 7 paling *soft*. Seiring dengan kenaikan rapat energi, tekanan ketiga parameter menjadi berbeda. Perbedaan yang signifikan terjadi pada parameter Set 1 dengan tekanan maksimum 283 MeV fm^{-3} , sedangkan parameter Set 6 paling besar mencapai 624 MeV fm^{-3} .



Gambar 5. Hubungan tekanan materi nuklir P dalam MeV fm^{-3} terhadap kerapatan energi ε dalam MeV fm^{-3} menggunakan model EOS NSM dengan parameter Set 1, Set 2, Set 6, dan Set 7.

4. Kesimpulan

Dalam penelitian ini telah dihasilkan parameter isoskalar dan isovektor. Parameter isoskalar yang diperoleh telah sesuai dengan hasil perhitungan DBHF sehingga dapat digunakan sebagai referensi dalam penelitian selanjutnya. Parameter isoskalar pada variasi $\beta = 0.0005$ pada radius 0 fm, 0.667 fm, 0.76 fm dengan χ^2 masing-masing sebesar 0.9, 0.5, 1.0 telah memenuhi daerah standar yang disarankan. Sedangkan pada variasi $\beta = 0.01$ dengan radius 0 fm, 0.667 fm, 0.76 fm, 0.83 fm, dan 0.99 fm, hasil terkonstrain pada radius 0.99 fm, yaitu tidak memenuhi standar. Parameter isovektor pada variasi $\beta = 0.0005$ hanya nilai radius 0.667 fm dengan $\chi^2 = 17.5$ yang memenuhi standar, sedangkan pada variasi $\beta = 0.01$ yang terpenuhi adalah radius 0.667 fm dan 0.76 fm dengan χ^2 masing-masing sebesar 45.5 dan 70.7. Parameter isovektor tidak mendapatkan hasil yang sempurna ketika diesktrapolasi pada daerah kerapatan rendah, sehingga dari hasil yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa radius nukleon dan nilai β sangat terbatas.

Ucapan Terimakasih

Penelitian dari A.S. dan T.M. sebagian didanai dari Program Hibah Klaster Riset UI dengan nomer kontrak 1709/H2.R12/HKP.05.00/2014.

Daftar Acuan

[1] K. Glendenning, *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity* (Springer, New York, 2000), 2nd

ed.

[2] P. Danielewicz, R. Lacey, and W. G. Lynch, *Determination of the Equation of State of Dense Matter*, *Science* **298**, 1592 (2000).

[3] A. Schwenk and C. J. Pethick, *Resonant Fermi Gases with a Large Effective Range*, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 160401 (2005).

[4] A. W. Steiner, J. M. Lattimer, and E. F. Brown, *The Equation of State from Observed Masses and Radii of Neutron Stars*, *Astrophys. J.* **722**, 33 (2010).

[5] F.J. Fattoyev, C. J. Horowitz, J. Piekarewicz, and G. Shen, *Relativistic effective interaction for nuclei, giant resonances, and neutron star*, *Phys. Rev. C* **82**, 055803 (2010).

[6] H. Karttunen, P. Kroger, H. Oja, M. Poutanen, and K. J. Donner (Eds), *Fundamental Astronomy* (Springer, New York, 2006).

[7] J. P. Diener and Willem, *Relativistic Mean-Field Theory Applied to the Study of Neutron Star Properties* (Thesis, Stellenborsch University, 2008).

[8] S. B. Ruster, M. Hempel, and J. Schaffner-Bielich, *Outer Crust of Nonaccreting Cold Neutron Stars*, *Phys. Rev. C* **73**, 035804 (2006).

[9] T. Mart and A. Sulaksono, *Nonidentical Protons*, *Phys. Rev. C* **87**, 025807(2013).

[10] M. Urbanec, *Equations of State and Structure of Neutron Stars* (Disertation, Silesian University, 2010).

[11] E. N. E. van Dalen and H. Muther, *Spinodal Instabilities in Asymmetric Nuclear Matter Based on Realistic NN Interactions*, *Phys. Rev. C* **87**, 024317 (2013).