

Pola Kesalahan Pseudo Mahasiswa pada Penyelesaian Soal Integral Tentu Bentuk Polinomial

Dina Maulida^{1, a)}, Farid Hidayat^{2, b)}, Mia Fitria^{3, c)}, Williza Yanti^{4, d)}

^{1,2,3,4}, Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Nahdlatul Ulama

Email : ^{a)} edu.dinams@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi secara mendalam pola kesalahan pseudo mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu bentuk polinomial sebagai sebuah studi kasus eksploratif. Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan kerangka Newman Error Analysis yang dimodifikasi. Subjek penelitian terdiri dari empat mahasiswa Pendidikan Matematika yang dipilih secara purposive sampling sebagai representasi kasus untuk dieksplorasi lebih lanjut. Data dikumpulkan melalui tes tertulis dan dianalisis berdasarkan tahapan membaca, memahami, transformasi, keterampilan proses, dan penulisan jawaban. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan pseudo mahasiswa dalam kalkulus bukan sekadar kekeliruan prosedural, melainkan berakar pada keterputusan antara pemahaman konseptual, keterampilan prosedural, dan representasi simbolik. Meskipun jumlah subjek terbatas, hasil eksplorasi ini memperlihatkan pola kesalahan berulang yang dapat dijadikan dasar untuk merancang strategi pembelajaran yang lebih menekankan pada penguatan keterampilan aljabar, pemahaman konseptual integral, serta kemampuan verifikasi diri. Temuan ini juga membuka peluang untuk penelitian lanjutan dengan cakupan lebih luas sehingga dapat menguji konsistensi pola yang teridentifikasi pada konteks yang berbeda.

Kata kunci: Kesalahan pseudo, integral tentu, polinomial, newman error analysis

PENDAHULUAN

Pendidikan merupakan pilar utama dalam pembangunan sumber daya manusia yang berkualitas. Di era globalisasi dan revolusi industri 4.0, tuntutan akan keterampilan berpikir tingkat tinggi—termasuk berpikir kritis, logis, kreatif, dan sistematis—semakin mendesak agar lulusan mampu bersaing dan berinovasi (Niss & Højgaard, 2019; Hiebert & Grouws, 2007). Matematika memegang peran strategis dalam pengembangan keterampilan tersebut karena selain mengajarkan teknik berhitung, ia juga melatih kemampuan berpikir analitis dan pemecahan masalah yang sistematis. Melalui pembelajaran matematika, peserta didik dilatih untuk mengidentifikasi masalah, menganalisis kondisi, merumuskan argumen, dan merancang solusi yang logis—kemampuan yang dibutuhkan lintas disiplin ilmu (Shimizu & Kang, 2025; MAA, 2023).

✉ Corresponding author:

Email Address: edu.dinams@gmail.com

Received 22 Juli 2025, Accepted 27 Agustus 2025, Published 31 Agustus 2025

Kalkulus, sebagai salah satu cabang matematika yang fundamental, menyediakan kerangka untuk memahami perubahan (turunan) dan akumulasi (integral). Integral tentu (definite integral) memiliki banyak aplikasi nyata: perhitungan luas daerah, volume benda putar, jarak tempuh dari fungsi kecepatan, serta model dalam fisika dan ekonomi (Stewart, 2016; Oehrtman & Simmons, 2023). Secara formal, integral tentu pada fungsi polinomial sering dianggap teknik yang relatif sederhana karena melibatkan aturan pangkat dan evaluasi batas. Namun pada praktik pembelajaran di perguruan tinggi sering kali muncul celah antara kemampuan prosedural dan penguasaan konseptual—mahasiswa dapat mengikuti langkah-langkah aljabar tetapi kesulitan memahami makna konseptual integral sebagai akumulasi atau area (Serhan, 2015).

Hasil observasi awal yang dilakukan peneliti pada perkuliahan Kalkulus juga memperlihatkan fenomena serupa, di mana sebagian mahasiswa mampu menyelesaikan prosedur integral tentu dengan runtut tetapi tetap menghasilkan jawaban akhir yang salah. Kesalahan tersebut tidak disebabkan oleh tidak adanya pengetahuan tentang aturan integral, melainkan lebih pada miskonsepsi dan kelemahan dalam keterampilan aljabar yang menjadi fondasi penting bagi kalkulus. Kondisi ini menegaskan bahwa terdapat kesenjangan antara keterampilan prosedural dengan pemahaman konseptual yang sesungguhnya dimiliki mahasiswa

Fenomena tersebut berhubungan erat dengan apa yang sering dinamakan kesalahan pseudo: kesalahan yang tampak “benar” secara prosedural tetapi berakar pada miskonsepsi atau pemahaman konseptual yang dangkal. Kesalahan pseudo dapat muncul dalam berbagai wujud, misalnya ekspansi polinomial yang keliru, notasi integral yang tidak konsisten, substitusi batas yang salah urutan, atau penggabungan pecahan tanpa penyamaan penyebut terlebih dahulu. Studi-studi empiris mendapati dominasi kesalahan prosedural pada topik integral—termasuk kesalahan dalam menentukan batas, keliru menerapkan aturan antiturunan, dan substitusi yang tidak tepat—yang mengindikasikan keterputusan antara konsep dan prosedur (Li, Julaihi, & Eng, 2017; MathCo Journal, 2020).

Beberapa studi yang menggunakan prosedur analisis kesalahan (misal. Newman Error Analysis dan variasinya) menegaskan pola berulang: banyak kesalahan berakar pada tahap pembacaan/interpretasi soal, transformasi aljabar yang keliru, atau proses eksekusi yang lemah sehingga muncul jawaban yang secara numerik mungkin tidak jauh salah namun tercapai melalui langkah yang tidak sah secara matematis. Selain itu, kajian literatur tentang praktik pengajaran integral mengindikasikan bahwa banyak buku teks dan aktivitas kelas masih lebih menekankan teknik antiturunan dibandingkan eksplorasi konseptual hubungan antara integral, diferensial, dan jumlah Riemann—kondisi ini berkontribusi pada terjadinya kesalahan pseudo (Hong & Kwaka,

2024).

Penelitian yang menelaah pemahaman siswa terhadap integral juga menekankan perlunya instruksi yang menyanggah aktivitas prosedural dan konseptual (Oehrtman & Simmons, 2023; Lehmann, 2024). Dengan demikian, studi yang berfokus pada pola kesalahan pseudo pada penyelesaian soal integral tentu bentuk polinomial penting dilakukan untuk: (1) memetakan tahap-tahap yang paling rawan kesalahan, (2) mengklasifikasikan tipe kesalahan pseudo, dan (3) merumuskan rekomendasi pembelajaran yang menyelaraskan keterampilan prosedural dan pemahaman konseptual. Penelitian ini tidak dimaksudkan untuk melakukan generalisasi terhadap seluruh mahasiswa, melainkan sebagai studi kasus eksploratif untuk memetakan secara rinci pola kesalahan pseudo yang muncul pada sekelompok kecil mahasiswa. Dengan demikian, penelitian ini lebih menekankan pada kedalaman analisis ketimbang keluasan cakupan, sehingga hasilnya dapat memberikan gambaran kontekstual yang kaya mengenai bagaimana kesalahan pseudo terbentuk, muncul, dan berulang pada penyelesaian soal integral tentu polinomial. Riset semacam ini diharapkan memberikan kontribusi praktis bagi desain bahan ajar, strategi pengajaran, serta penilaian yang lebih sensitif terhadap kualitas proses berpikir mahasiswa (Rahmawati et al., 2020; Sus & Izsák, 2024)

METODE

Penelitian ini dirancang sebagai studi kasus eksploratif dengan pendekatan kualitatif deskriptif. Studi kasus ini berfokus pada empat mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Nahdlatul Ulama Kalimantan Selatan. Pemilihan subjek dilakukan dengan purposive sampling agar diperoleh variasi representatif dari kesalahan pseudo yang muncul. Data utama berupa lembar jawaban tes tertulis integral tentu polinomial, yang dianalisis menggunakan kerangka Newman Error Analysis (membaca, memahami, transformasi, keterampilan proses, dan penulisan jawaban) dengan klasifikasi pseudo error (pseudo-konseptual, pseudo-prosedural, pseudo-komputasional, pseudo-finalisasi). Karakteristik studi kasus eksploratif memungkinkan peneliti menggali kedalaman proses berpikir mahasiswa melalui analisis detail terhadap setiap langkah penyelesaian. (Ismail et al., 2021) yang disesuaikan untuk mendeteksi pseudo errors, serta dikombinasikan dengan klasifikasi pseudo error yang mencakup pseudo-konseptual, pseudo-prosedural, pseudo-komputasional, dan pseudo-finalisasi (Kusumawati & Wijaya, 2019; Putra & Hidayat, 2023).

Subjek penelitian adalah mahasiswa program studi Pendidikan Matematika semester II di Universitas Nahdlatul Ulama Kalimantan Selatan yang telah menempuh materi integral tentu

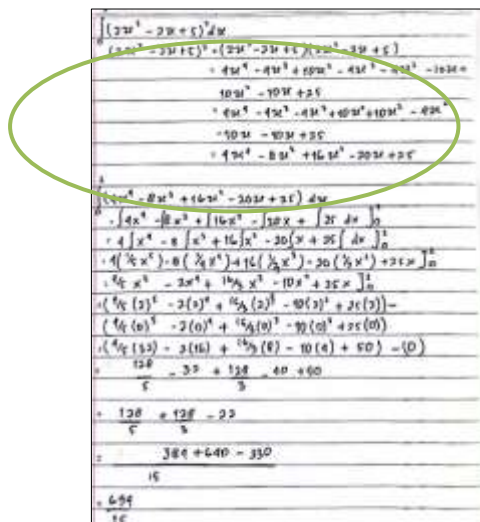
pada perkuliahan Kalkulus. Jumlah mahasiswa yang dilibatkan sebanyak 4 orang dan dipilih melalui teknik purposive sampling agar sesuai dengan kebutuhan penelitian (Sudirman & Daniel, 2021). Instrumen penelitian berupa lembar soal tes tertulis integral tentu polinomial yang dikerjakan secara individu. Lembar jawaban inilah yang kemudian menjadi sumber data utama dalam analisis kesalahan. Data dianalisis dengan cara mengidentifikasi kesalahan pada tiap tahap penyelesaian, mengklasifikasikan jenis pseudo error, serta penafsiran pola yang muncul.

Selama penelitian berlangsung, etika penelitian dijaga dengan memberikan penjelasan kepada mahasiswa mengenai tujuan dan prosedur penelitian, meminta persetujuan partisipasi secara sukarela, serta menyamarkan identitas dengan menggunakan kode subjek. Dengan rancangan ini, penelitian diharapkan mampu mengungkap pola kesalahan pseudo mahasiswa secara lebih komprehensif, serta memberikan landasan untuk perbaikan strategi pembelajaran kalkulus di perguruan tinggi (Kusmaryono & Nizaruddin, 2023).

HASIL dan PEMBAHASAN

1. Deskripsi Pola Kesalahan Pseudo Subjek 1 (S1) pada Soal Nomor 1

Pada soal nomor 1, S1 menyelesaikan integral tentu dengan bentuk kuadrat dari polinomial, yaitu: $\int_0^2 (2x^2 - 2x + 5)^2 dx$. S1 memulai pengerjaan dengan cara yang umum dilakukan mahasiswa, yakni mengembangkan terlebih dahulu bentuk kuadrat yang ada di dalam tanda integral. Bentuk $(2x^2 - 2x + 5)^2$ kemudian dikembangkan menjadi: $(2x^2 - 2x + 5)(2x^2 - 2x + 5)$, langkah ini ditulis dengan rapi, bahkan setiap perkalian antar suku dicatat secara rinci. Dari hasil perkalian, S1 menuliskan bentuk polinomial hasil ekspansi sebagai: $4x^4 - 8x^3 - 16x^2 - 20x + 25$. Tahap berikutnya, S1 melakukan integrasi suku demi suku dengan aturan dasar integral polinomial. Proses integrasi juga dituliskan lengkap, misalnya $\int 4x^4 dx = \frac{4}{5} x^5$, $\int -8x^3 dx = -2x^4$, dan seterusnya hingga semua suku diperoleh bentuk hasil integrasinya, Langkah ini menunjukkan bahwa Subjek memahami aturan dasar integral pangkat, yaitu $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, dengan benar (Stewart, 2016).



Gambar 1 Hasil Pekerjaan S1 Soal Nomor 1

S1 mengerjakan dengan langkah runtut: mengembangkan kuadrat, mengintegrasikan suku per suku, lalu melakukan substitusi batas. Jawaban tertulis rapi, dengan prosedur integral polinomial yang sesuai. Hasil akhir yang diperoleh adalah $\frac{694}{15}$. Namun, kesalahan terjadi pada tahap ekspansi. S1 menuliskan hasil kuadrat sebagai $4x^4 - 8x^3 - 16x^2 - 20x + 25$ seharusnya $4x^4 - 8x^3 - 24x^2 - 20x + 25$. Selisih koefisien pada suku x^2 menyebabkan hasil akhir berbeda dari jawaban benar, yaitu $\frac{766}{15}$. Berikut tabel ringkasan pola kesalahan pseudo :

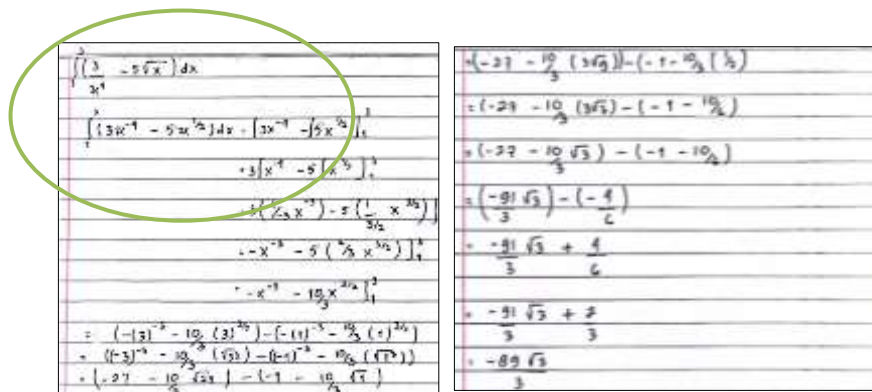
Tabel 1. Ringkasan Pola Kesalahan Pseudo Subjek 1 pada Soal Nomor 1

Tahap Penyelesaian	Jawaban Subjek 1	Analisis Kesalahan	Pola Pseudo yang Terlihat
Ekspansi kuadrat $(2x^2 - 2x + 5)^2$	$4x^4 - 8x^3 - 16x^2 - 20x + 25$	Kesalahan konsep aljabar	Tampak benar karena ditulis runtut, tetapi koefisien salah
Integrasi setiap suku	$\frac{4}{5}x^5 - 2x^4 + \frac{16}{3}x^3 - 10x^2 + 25x$	Prosedural (berlanjut dari kesalahan ekspansi)	Proses integrasi benar sesuai aturan, tetapi dari ekspansi yang salah
Substitusi batas $0 \rightarrow 2$	Hasil akhir: $\frac{694}{15}$	Komputasi (akibat kesalahan awal)	Jawaban akhir berbentuk pecahan rapi, tampak meyakinkan padahal salah
Keseluruhan langkah	Runtut: ekspansi \rightarrow integrasi \rightarrow substitusi \rightarrow hasil akhir	Pseudo error	Struktur jawaban sistematis, namun salah dari awal sehingga jawaban akhir salah

Berdasarkan tabel diatas, pola kesalahan pseudo yang dialami Subjek 1 pada soal nomor 1 menunjukkan pola pseudo error ringan: prosedur integral dijalankan dengan benar, tetapi kesalahan aljabar kecil pada awal perhitungan berlanjut hingga hasil akhir. S1 tampak memahami integral tentu secara prosedural, namun kurang teliti dalam manipulasi aljabar.

2. Deskripsi Pola Kesalahan Pseudo Subjek 1 (S1) pada Soal Nomor 2

Pada soal nomor 2, S1 menyelesaikan integral tentu $\int_1^3 (\frac{3}{x^4} - 5\sqrt{x}) dx$. S1 memulai langkah dengan mengubah bentuk fungsi menjadi pangkat, yakni $\frac{3}{x^4}$ ditulis sebagai $3x^{-4}$ dan $-5\sqrt{x}$ ditulis sebagai $-5x^{-1/2}$. Selanjutnya, ia menuliskan hasil integral dari masing-masing suku. Untuk suku pertama, ia mencoba mengintegrasikan $3x^{-4}$ menjadi $3x^{-3}$, meskipun tidak disertai pembagi dari pangkat baru. Setelah melakukan koreksi, ia menuliskan hasil integral lengkap sebagai $-x^{-3} - \frac{10}{3} x^{3/2}$. Langkah berikutnya, S1 melakukan substitusi batas atas dan batas bawah dengan menghitung $F(3)-F(1)$.



Gambar 2 Hasil Pekerjaan S1 Soal Nomor 2

Kesalahan utama muncul pada substitusi batas, khususnya pada interpretasi pangkat negatif. S1 nilai $3^{-3} = -27$ sehingga hasil akhirnya tidak sesuai dengan jawaban seharusnya, akibatnya, hasil integral salah meskipun prosedur dasarnya sudah sesuai. Berikut tabel ringkasan pola kesalahan pseudo subjek 1 soal nomor 2 :

Tabel 2. Ringkasan Pola Kesalahan Pseudo Subjek 1 – Soal Nomor 2

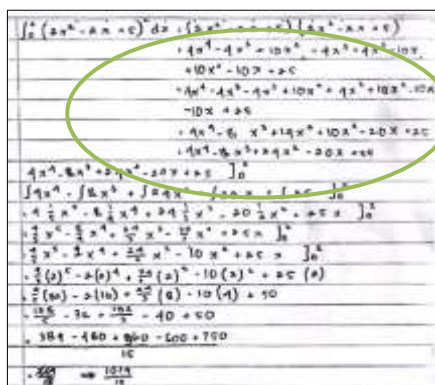
Tahap Penyelesaian	Jawaban Subjek 1	Analisis Kesalahan	Pola Kesalahan Pseudo
Mengubah bentuk fungsi	$\frac{3}{x^4} \rightarrow 3x^{-4}$, $-5\sqrt{x} \rightarrow -5x^{-1/2}$	Langkah benar, sesuai aturan aljabar pangkat.	Tidak ada kesalahan.
Proses integrasi	$3x^{-4} \rightarrow 3x^{-3}$, (tanpa pembagi pangkat baru), kemudian diperbaiki menjadi $-x^{-3}$	Awalnya salah, tapi dikoreksi; menunjukkan pemahaman belum mantap.	Pseudo: prosedur benar namun tidak konsisten.

Menentukan hasil integral	Ditulis $F(x) = -x^{-3} - \frac{10}{3} x^{3/2}$	Bentuk sudah tepat setelah koreksi.	Tidak ada kesalahan berarti.
Substitusi batas	Menghitung $F(3) - F(1)$	Proses sesuai Teorema Dasar Kalkulus.	Tidak ada kesalahan.
Perhitungan pangkat negatif	Menuliskan $3^{-3} = -27$	Kesalahan konsep mendasar tentang pangkat negatif.	Pseudo: konsep terlihat dipahami tapi diterapkan salah.
Hasil akhir	Jawaban salah.	Penyebab: kesalahan sederhana pada pangkat negatif.	Pseudo error.

Berdasarkan tabel ringkasan diatas terlihat bahwa pola ini memperlihatkan pseudo error prosedural: langkah-langkah tampak runtut, tetapi miskonsepsi pada pangkat negatif menyebabkan jawaban keliru. Temuan ini sejalan dengan literatur yang menekankan perlunya konsistensi representasi dan pemahaman makna pangkat negatif dalam integral.

Dalam konteks ini, kesalahan S1 bukan sekadar salah hitung, melainkan indikasi bahwa skema proseduralnya berjalan tanpa kontrol konseptual yang memadai terhadap operasi pangkat negatif. Dengan demikian, intervensi pedagogis yang disarankan adalah penguatan jembatan konsep-prosedur melalui tugas yang memaksa verifikasi makna (misal, membandingkan hasil simbolik dengan penalaran tanda dan orde besaran), serta latihan eksplisit pada aturan pangkat negatif dan evaluasi batas untuk integral berindeks pecahan/akar. Pendekatan diagnostik seperti Modified Newman’s Error Analysis juga relevan untuk memetakan tahapan letak kekeliruan (membaca-memahami-transformasi-proses-penulisan jawaban) sehingga remediasi bisa lebih terarah (Ismail et al., 2021).

3. Deskripsi Pola Kesalahan Pseudo Subjek 2 (S2) pada Soal Nomor 1



Gambar 3 Hasil Pekerjaan S2 Soal Nomor 1

Berdasarkan lembar jawaban S2 pada soal nomor 1, terlihat bahwa mahasiswa mencoba menyelesaikan integral tentu dari fungsi polinomial dengan menyalin ulang soal namun bentuk

fungsi ditulis berulang dan rancu. Pada ekspansi aljabar, ia menghasilkan suku-suku yang tidak relevan. Meski demikian, S2 tetap melanjutkan integrasi dan substitusi batas, hingga akhirnya diperoleh hasil $\frac{1074}{15}$, yang jelas salah. Berikut ringkasan dari jawaban S2 pada soal nomor 1.

Tabel 3. Ringkasan Pola Kesalahan Pseudo Subjek 2 – Soal Nomor 1

Tahap Penyelesaian	Jawaban Mahasiswa	Analisis Kesalahan	Kategori Pseudo Error
Menyalin soal	Menuliskan $(2x^2 - 2x + 5)(2x^2 - 2x + 5)$,	Mahasiswa menganggap fungsi harus dikalikan dengan dirinya sendiri, padahal cukup menyalin integran apa adanya.	Pseudo-conceptual error (kesalahan konsep)
Mengembangkan bentuk	Menguraikan hasil perkalian fungsi menjadi suku-suku panjang yang tidak relevan	Mahasiswa salah kaprah memperlakukan integral sebagai operasi aljabar biasa.	Pseudo-conceptual error
Melakukan integrasi	Menuliskan $\frac{2}{5}x^5, -x^2, \text{ dan } 5x$	Sudah benar secara aturan integral dasar, namun bercampur dengan hasil ekspansi yang salah.	Pseudo-procedural error
Substitusi batas	Menghitung nilai $x = 2$ dan $x = 0$ pada menghasilkan pecahan panjang $\frac{1074}{15}$	Kesalahan pada perhitungan aritmetika (penjumlahan dan pecahan).	Pseudo-arithmetic error
Hasil akhir	Ditulis $\frac{1074}{15}$	Hasil jauh dari seharusnya karena kesalahan sebelumnya ikut terbawa.	Kombinasi pseudo error (konsep, prosedur, dan arit)

Berdasarkan tabel diatas, kesalahan S2 terbagi menjadi tiga yaitu 1) Pseudo-konseptual – memperlakukan integral seperti soal aljabar murni. 2) Pseudo-prosedural – mencampur prosedur integral dengan langkah aljabar yang keliru. 3) Pseudo-aritmetika – salah hitung dalam substitusi batas. Pola pseudo error seperti ini menunjukkan bahwa mahasiswa sering berpegang pada prosedur yang “dirasa benar” meskipun sebenarnya tidak sesuai dengan konsep dasar integral. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Sari & Yusnidar (2021) yang menyebutkan bahwa pseudo error muncul karena mahasiswa lebih fokus pada manipulasi simbolik daripada pemahaman konsep kalkulus. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa pemahaman mahasiswa terhadap integral tentu masih dangkal, sehingga langkah-langkah penyelesaian cenderung bercampur antara konsep yang benar dengan penerapan yang keliru.

4. Deskripsi Pola Kesalahan Pseudo Subjek 2 (S2) pada Soal Nomor 2

Gambar 4 Hasil

Pekerjaan S2 Soal Nomor 2

Berdasarkan jawaban yang dituliskan oleh S2 pada soal nomor 2, terlihat bahwa mahasiswa mencoba menyelesaikan soal integral tentu $\int_1^3 (\frac{3}{x^4} - 5\sqrt{x})$ dengan cara memisahkan integral menjadi dua bagian, yaitu $\int_1^3 \frac{3}{x^4} dx$ dan $\int_1^3 5\sqrt{x}$. Langkah awal ini sebenarnya sudah tepat karena memanfaatkan sifat linearitas integral. Akan tetapi, pada proses berikutnya mahasiswa melakukan kesalahan dalam menerapkan aturan integral pangkat. Hasil kerja S2 menunjukkan bahwa pola kesalahan S2 dapat dikategorikan menjadi: 1) Pseudo-prosedural, karena salah menerapkan aturan pangkat. 2) Pseudo-komputasional, karena salah hitung dalam evaluasi batas. 3) Pseudo-finalisasi, karena hasil akhir tidak sah akibat inkonsistensi tahap akhir.

Temuan ini sejalan dengan penelitian Fitriani (2020) yang menyebutkan bahwa kesalahan mahasiswa dalam integral tentu sering muncul pada tahap akhir perhitungan, terutama ketika melakukan substitusi batas. Demikian pula, Kusumawati dan Wijaya (2019) menemukan bahwa pseudo-error sering kali muncul akibat ketidakkonsistenan prosedural dalam mengubah pangkat pecahan menjadi bentuk akar. Dengan demikian, pola kesalahan S2 dapat dikategorikan dalam pseudo-prosedural, pseudo-komputasional, dan pseudo-finalisasi.

5. Deskripsi Pola Kesalahan Pseudo Subjek 3 (S3) pada Soal Nomor 1

Gambar 5 Hasil Pekerjaan S3 Soal Nomor 1

Pada soal nomor 1, proses awal yang dilakukan S3 adalah mencoba mengembangkan bentuk kuadrat $(2x^2 - 2x + 5)^2$. Namun, salah menerapkan rumus ekspansi. Seharusnya, bentuk

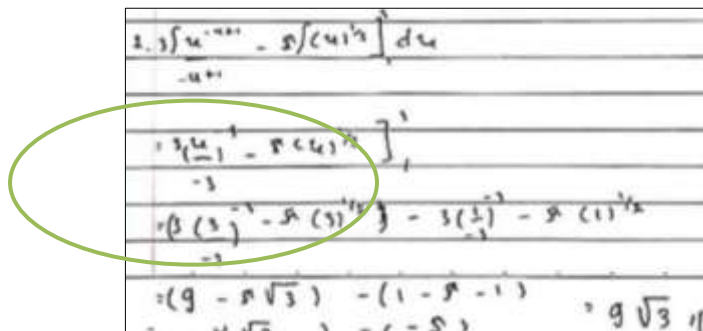
tersebut dikembangkan menggunakan aturan $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, sehingga menghasilkan suku-suku polinomial berderajat empat. Akan tetapi, S3 menggunakan pola yang menyerupai $(a^2 + b^2 + ab)$ yang jelas tidak benar. Kesalahan ini termasuk kategori pseudo-konseptual, yakni kesalahan yang muncul karena mahasiswa berusaha menerapkan suatu konsep tetapi dengan rumus yang salah. Berikut tabel ringkasannya :

Tabel 4. Ringkasan Pola Kesalahan Pseudo Subjek 3 Soal Nomor 1

Tahap Penyelesaian	Jawaban Subjek	Analisis Kesalahan	Pola Kesalahan
Ekspansi kuadrat $(2x^2 - 2x + 5)^2$.	Ditulis menggunakan pola yang salah, mirip $(a^2 + b^2 + ab)$	Tidak sesuai rumus pengembangan kuadrat sebenarnya	Pseudo-konseptual
Pemisahan integral	Integral dipecah per suku dengan koefisien yang keliru	Ada ketidaksesuaian dalam koefisien hasil integrasi	Pseudo-prosedural
Substitusi batas (0 sampai 2)	Substitusi dilakukan, tetapi nilai hasil tidak konsisten	Kesalahan hitung dan salah substitusi	Pseudo-prosedural
Hasil akhir	$\frac{800}{17}$	Hasil salah jauh dari jawaban benar	Akumulasi pseudo-konseptual dan prosedural

Berdasarkan tabel diatas, hal ini memperlihatkan adanya kesalahan yang termasuk pseudo-konseptual (salah ekspansi kuadrat) dan pseudo-prosedural (integrasi dan substitusi dilakukan dari bentuk yang salah). Fenomena ini menunjukkan bahwa S3 mengandalkan mekanisme prosedural tanpa memeriksa kebenaran bentuk awal. kecenderungan pseudo-prosedural, yaitu subjek mampu melanjutkan prosedur integrasi sesuai aturan dasar integral polinomial, tetapi karena bentuk aljabar salah, maka hasil integral juga tidak akurat. Pola ini sesuai dengan temuan Rahmawati & Suryadi (2019) yang menyebutkan bahwa mahasiswa sering menunjukkan *confidence error*, yakni tetap melanjutkan proses meskipun konsep awal yang digunakan sudah salah. Demikian pula, penelitian Hidayat & Nurlaelah (2020) menemukan bahwa mahasiswa cenderung mengalami kesalahan pseudo ketika menghadapi soal integral polinomial, khususnya pada tahap ekspansi aljabar.

6. Deskripsi Pola Kesalahan Pseudo Subjek 3 (S3) pada Soal Nomor 2



Gambar 6 Hasil Pekerjaan S3 Soal Nomor 2

Pada soal nomor 2, mahasiswa diminta untuk menghitung integral tentu dari fungsi rasional dan irasional, yaitu $\int_1^3 (\frac{3}{x^4} - 5\sqrt{x})$ dengan batas integral dari 1 hingga 3. S3 mencoba menyelesaikan soal ini dengan langsung menuliskan bentuk umum antiturunan menggunakan aturan integral pangkat. Secara konseptual, langkah awal yang dilakukan sudah mengarah pada prosedur yang benar, yaitu menggunakan rumus dasar integral. Namun, pada tahap penerapan, terlihat adanya kesalahan pseudo yang signifikan. Berikut tabel ringkasan pola kesalahan pseudo S3 pada soal nomor 2 :

Tabel 5. Ringkasan Pola Kesalahan Pseudo S3 Soal Nomor 2

Tahap Penyelesaian	Jawaban Subjek	Analisis Kesalahan	Pola Kesalahan Pseudo
Menentukan bentuk integran	Menulis $\frac{3}{x^4}$ tetap dalam bentuk pecahan, dan $-5\sqrt{x}$ tetap dalam bentuk akar	Tidak mengubah ke bentuk pangkat, sehingga sulit menerapkan aturan integral pangkat	Kesalahan transformasi bentuk (kesulitan representasi aljabar)
Mencari antiturunan	Menuliskan $\frac{3}{-3}$ tanpa penyederhanaan yang tepat; hasil untuk $-5\sqrt{x}$ dituliskan tetap dalam bentuk akar	Aturan integral pangkat diterapkan salah; hasil antiturunan tidak sesuai	Kesalahan prosedural (penerapan rumus tidak tepat)
Menentukan hasil antiturunan	Menuliskan bentuk seperti $(9-5\sqrt{3}) - (1 - 5\sqrt{1})$	Hasil tidak merepresentasikan evaluasi antiturunan yang benar; hanya menggabungkan koefisien dan akar secara tidak logis	Kesalahan substitusi batas (evaluasi hasil integral salah)
Menentukan hasil akhir	Menyederhanakan menjadi bentuk yang tidak sesuai dengan nilai integral yang benar	Tidak melakukan pengecekan logis atau perhitungan ulang	Kesalahan konseptual (menghafal prosedur tanpa pemahaman konsep integral tentu)

Berdasarkan tabel diatas, secara keseluruhan pola kesalahan pseudo S3 pada soal nomor 2 dapat dikategorikan sebagai berikut: (1) Kesalahan transformasi bentuk fungsi: tidak mengubah

bentuk pecahan dan akar ke dalam notasi eksponen sehingga menyulitkan proses integrasi. (2) Kesalahan penerapan aturan integral pangkat: salah dalam mengelola koefisien dan tanda negatif. (3) Kesalahan substitusi batas integral: hasil akhir tidak merepresentasikan evaluasi antiturunan dari batas bawah ke batas atas. (4) Kesalahan konseptual: lebih menekankan hafalan prosedural daripada pemahaman konseptual integral.

Fenomena ini sejalan dengan temuan penelitian terbaru bahwa kesalahan pseudo sering muncul ketika mahasiswa hanya meniru pola algoritmik tanpa menginternalisasi konsep kalkulus (Rahman & Widjaja, 2018; Nursyahidah et al., 2020). Selain itu, lemahnya keterampilan representasi matematis—misalnya dari bentuk akar ke eksponen—juga berkontribusi besar pada munculnya kesalahan integrasi (Hasanah & Surya, 2019; Wardhani, 2021). Dengan demikian, penting bagi pengajar untuk menekankan pendekatan konseptual dan keterampilan representasi aljabar agar mahasiswa mampu menghindari kesalahan pseudo yang berulang

7. Deskripsi Pola Kesalahan Pseudo Subjek 4 (S4) pada Soal Nomor 1

$$\int \frac{(2x^2 - 2x + 5)^2}{(x^2 - 2x + 5)} dx =$$

$$\frac{(2x^2 - 2x + 5)(2x^2 - 2x + 5)}{(x^2 - 2x + 5)}$$

$$= \frac{4x^4 + 9x^3 - 8x^2 + 4x - 8x^2 - 2x^2 + 5x - 5}{x^2 - 2x + 5}$$

$$= \frac{4x^4 + 9x^3 - 8x^2 - 8x^2 + 4x - 2x^2 + 5x - 5}{x^2 - 2x + 5}$$

$$= \frac{4x^4 + 9x^3 + 4x + 3x^2 - 5}{x^2 - 2x + 5}$$

$$= \frac{4x^2 + \sqrt{8x^2} + \sqrt{4x} + \sqrt{2x^2} \cdot \sqrt{5}}{x^2 - 2x + 5}$$

$$= 4\left(\frac{1}{3}x^3\right) + 8\left(\frac{1}{2}x^2\right) + \left(\frac{1}{3}x^3\right) - 5 dx$$

$$= 4\left(\frac{1}{3}0^3\right) + 8\left(\frac{1}{2}0^2\right) + \left(\frac{1}{3}0^3\right) - 5 dx$$

$$= 4\left(\frac{1}{3}x^3\right) + 8\left(\frac{1}{2}x^2\right) + \left(\frac{1}{3}x^3\right) - 5 dx$$

$$= \left[4\left(\frac{1}{3}\right) + 8\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) - 5\right] \left[\frac{1}{3} + 8\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$$

Gambar 7 Hasil Pekerjaan S4 Soal Nomor 1

Hasil analisis jawaban S4 pada soal nomor 1 integral tentu bentuk polinomial memperlihatkan bahwa mahasiswa tersebut menunjukkan pola kesalahan pseudo yang cukup konsisten. Kesalahan pseudo dimaknai sebagai kesalahan yang secara prosedural tampak benar, karena S4 tetap berusaha menerapkan aturan integral yang sesuai, namun pada kenyataannya terjadi kekeliruan dalam manipulasi simbolik atau perhitungan aljabar, sehingga hasil akhirnya tetap keliru. Pada pengerjaan S4, kesalahan ini pertama kali muncul ketika melakukan ekspansi polinomial. Jawaban yang dituliskan menunjukkan adanya kekeliruan dalam distribusi suku dan tanda, misalnya ada suku yang seharusnya muncul tetapi hilang, atau sebaliknya ada tanda positif yang berubah menjadi negatif. Kekeliruan kecil di tahap awal ini kemudian berdampak signifikan, sebab integral yang dihitung selanjutnya bukan lagi berasal dari ekspresi yang benar.

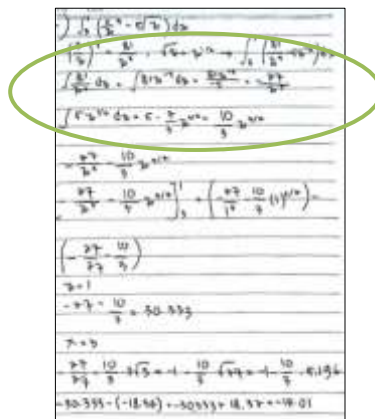
Tabel 6. Ringkasan Pola Kesalahan S4 pada soal nomor 1

Tahap Penyelesaian	Jawaban Subjek	Analisis Kesalahan	Pola Kesalahan Pseudo
Memahami soal dan menuliskan fungsi integrand	Menuliskan bentuk polinomial, namun ada kesalahan dalam ekspansi suku	Kesalahan muncul sejak awal karena ekspansi aljabar tidak tepat; beberapa suku hilang/tertukar tanda	Encoding error: salah menuliskan bentuk fungsi walaupun memahami soal
Melakukan proses integrasi menggunakan aturan dasar $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$	Menggunakan rumus $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ dengan benar secara prosedural	Aturan integral diterapkan sesuai teori, tetapi integrand yang diintegrasikan sudah salah sejak awal	Proses pseudo-benar: tampak benar prosedural, namun salah karena input tidak tepat
Substitusi batas integral	Substitusi dilakukan sesuai aturan integral tentu	Perhitungan numerik benar sesuai aturan, tetapi hasil tetap salah karena fungsi awal sudah keliru	Kesalahan akibat propagasi: kesalahan awal berlanjut hingga akhir
Menyimpulkan hasil	Menuliskan jawaban akhir yang berbeda dari hasil seharusnya	Mahasiswa merasa yakin hasilnya benar karena prosedur integral dilakukan sesuai hafalan	Kesalahan pseudo konseptual: yakin benar, padahal salah karena dasar perhitungannya keliru

Berdasarkan tabel diatas S4 melakukan kesalahan sejak tahap ekspansi polinomial: ada suku hilang atau tanda berubah. Meskipun prosedur integrasi berikutnya benar, hasil akhir salah karena ekspresi awal tidak akurat. Kesalahan ini tergolong pseudo error transformasi (kesalahan manipulasi simbolik) dan proses (integrasi dari ekspresi yang salah). S4 yakin dengan prosedurnya, padahal fondasi awal sudah salah. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa kesalahan S4 bukan berasal dari ketidakpahaman terhadap konsep integral tentu, melainkan dari lemahnya keterampilan aljabar yang berimbas pada proses integral.

Pola pseudo seperti ini juga tercermin dalam temuan Sulistyaningtyas dan Wantika (2023), yang menunjukkan bahwa mahasiswa sering gagal dalam mendekomposisi integrand menjadi bentuk yang dapat diintegrasikan, sehingga meskipun konsep integral diketahui, hasil perhitungan tetap salah. Secara pedagogis, temuan dari S4 menegaskan pentingnya menempatkan latihan manipulasi aljabar dalam konteks kalkulus. Mahasiswa tidak cukup hanya menguasai konsep integral secara teoritis, tetapi juga harus mampu melakukan transformasi simbolik dengan akurat. Kesalahan pseudo yang dialami S4 memberikan bukti nyata bahwa tanpa penguatan keterampilan aljabar, prosedur kalkulus yang tampak benar dapat berakhir dengan hasil yang salah.

8. Deskripsi Pola Kesalahan Pseudo Subjek 4 (S4) pada Soal Nomor 2



Gambar 8 Hasil Pekerjaan S4 Soal Nomor 2

Soal yang diberikan adalah integral tentu $\int_1^3 (\frac{3}{x^4} - 5\sqrt{x})$, secara konsep, mahasiswa seharusnya menuliskan ulang fungsi dalam bentuk pangkat, yaitu $\frac{3}{x^4} = 3x^{-4}$ dan $5\sqrt{x} = 5x^{1/2}$. Dengan demikian, aturan integral dasar dapat diterapkan secara langsung. Namun, S4 mengalami kesalahan sejak tahap awal konversi bentuk ini. Berikut tabel ringkasan pola kesalahan pseudo pada S4 Soal nomor 2.

Tabel 7. Ringkasan Pola PseudoS4 pada soal nomor 2

Tahap Penyelesaian	Jawaban Subjek	Analisis Kesalahan	Pola Kesalahan Pseudo
Menuliskan kembali fungsi integral	Mengubah bentuk fungsi secara kurang tepat, tidak konsisten antara pecahan dan akar	Terjadi kesalahan dalam transformasi bentuk fungsi $\{\frac{3}{x^4} \text{ dan } 5\sqrt{x}\}$ ke bentuk pangkat.	Encoding error – salah menyalin atau menuliskan bentuk aljabar yang berdampak ke langkah berikutnya.
Proses integrasi	Melakukan integrasi dengan menambahkan pangkat tetapi salah mengelola eksponen negatif dan pecahan	Aturan integral diterapkan secara prosedural, tetapi salah dalam manipulasi eksponen, sehingga hasil antiturunan tidak sesuai.	Pseudo-procedural – prosedur tampak benar tetapi hasilnya salah akibat miskonsepsi.
Substitusi batas integral	Substitusi batas atas dan bawah tidak menghasilkan nilai yang benar	Kesalahan dalam menghitung hasil substitusi dan operasi aritmetika; hasil jauh berbeda dari nilai seharusnya.	Pseudo-konseptual – meyakini substitusi sudah benar, padahal keliru.
Hasil akhir	Jawaban tidak sesuai dengan hasil integral sebenarnya.	Tidak ada proses verifikasi (misalnya dengan menurunkan kembali hasil antiturunan).	Pseudo-strategic – tidak melakukan pemeriksaan ulang sehingga kesalahan dibiarkan.

Berdasarkan tabel diatas, kesalahan yang tampak adalah encoding error, yaitu S4 salah menuliskan bentuk pangkat negatif dan akar (encoding error) hal ini sejalan dengan temuan Denbel et al. (2019) yang menjelaskan bahwa kesulitan manipulasi aljabar—terutama bentuk pangkat negatif dan akar—merupakan salah satu penyebab utama kesalahan dalam integral. Ia

tetap melanjutkan prosedur integral, tetapi hasil antiturunan dan substitusi batas tidak konsisten. Pola kesalahan S4 mencakup pseudo-prosedural (proses tampak sesuai rumus tapi salah), serta pseudo-konseptual (keyakinan keliru saat substitusi batas). Akar masalah terletak pada lemahnya dasar aljabar dan rendahnya strategi verifikasi diri. Jika ditelusuri lebih dalam, akar permasalahan yang dialami S4 adalah lemahnya pemahaman pada materi prasyarat aljabar (operasi eksponen dan akar), serta kurangnya strategi verifikasi diri, kesalahan integral seringkali bukan murni karena kurang menguasai kalkulus. Selain itu, rendahnya kesadaran metakognitif membuat mahasiswa tidak memeriksa kembali hasilnya, sehingga kesalahan terus berlanjut.

Berdasarkan paparan hasil analisis pada keempat subjek, terlihat bahwa pola kesalahan pseudo mempunyai kesamaan juga keunikan pada setiap individu. Subjek 1, 3, dan 4 cenderung mengalami kesalahan sejak tahap awal, khususnya pada proses transformasi aljabar seperti ekspansi kuadrat atau encoding fungsi. Kesalahan yang muncul pada tahap ini bersifat mendasar karena memengaruhi seluruh prosedur berikutnya, meskipun langkah-langkah integrasi tampak dijalankan dengan runtut. Situasi ini menunjukkan jika keterampilan aljabar dasar yang lemah adalah pemicu utama terjadinya pseudo-konseptual error.

Di sisi lain, Subjek 2 memperlihatkan pola yang berbeda. Ia sebenarnya mampu mengawali penyelesaian dengan langkah yang tepat, misalnya memanfaatkan sifat linearitas integral. Akan tetapi, kesalahan yang muncul pada tahap berikutnya, yaitu pada saat melakukan substitusi batas dan dalam mengaplikasikan representasi matematis. Ketidakconsistenan antara pecahan dan desimal menunjukkan bahwa belum stabilnya pemahaman terkait simbolik. Fenomena ini lebih mencerminkan pseudo-prosedural dan pseudo-finalisasi error, yang mana prosedur awal dijalankan dengan benar tetapi pada proses hasil akhir tetap salah. Meskipun terdapat variasi antar subjek, terdapat benang merah yang sama pada semua kasus, yaitu lemahnya kontrol konseptual ketika prosedur dijalankan. Seluruh subjek, tanpa terkecuali, melakukan kesalahan pada tahap substitusi batas integral. Hal ini memperlihatkan bahwa meski mahasiswa menguasai aturan anti turunan secara teknis, mereka kurang mampu mengaitkan hasil simbolik dengan makna integral tentu itu sendiri. Dengan kata lain, mereka lebih menekankan pada mekanisme hitung ketimbang pemahaman konseptual.

Berdasarkan temuan dalam penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa pola kesalahan pseudo mahasiswa tidaklah random, melainkan mempunyai pola pada tahapan- tahapan tertentu, terutama pada transformasi aljabar dan substitusi batas. Permasalahan yang paling utama terletak pada lemahnya keterampilan aljabar, representasi simbolik serta rendahnya verifikasi diri. Oleh karena itu, pembelajaran kalkulus perlu lebih menekankan integrasi antara aspek prosedural dan

konseptual, memperkuat dasar aljabar mahasiswa, serta membiasakan mereka untuk melakukan pemeriksaan ulang terhadap setiap langkah yang dikerjakan.

Berdasarkan temuan empiris yang telah dipaparkan, beberapa rekomendasi pedagogis yang dapat diterapkan dalam pembelajaran kalkulus adalah sebagai berikut:

1. Latihan Aljabar Kontekstual

Banyak kesalahan pseudo berakar dari lemahnya keterampilan aljabar. Oleh karena itu, dosen perlu untuk membuat latihan yang mengintegrasikan aljabar ke dalam konteks kalkulus. Misalnya, sebelum mengerjakan integral tentu, mahasiswa diberikan latihan mengembangkan polinomial atau mengubah bentuk akar ke eksponen, lalu menghubungkannya dengan soal integral yang lebih kompleks. Dengan cara ini, mahasiswa belajar melihat keterkaitan langsung antara aljabar dasar dan kalkulus.

2. Scaffolding Konsep Integral

Mahasiswa sering salah dalam substitusi batas karena memandangnya sekadar langkah hitung. Untuk mengatasi hal ini, pembelajaran dapat menggunakan scaffolding berupa:

- a. menekankan kembali makna integral sebagai akumulasi atau luas daerah,
- b. memberikan soal perbandingan hasil simbolik dengan representasi grafik (misalnya luas di bawah kurva),
- c. membimbing mahasiswa melakukan refleksi: apakah hasil integral masuk akal secara konseptual (misalnya, apakah hasilnya bisa negatif, atau apakah sesuai dengan perkiraan grafik).

3. Strategi Verifikasi Diri

Mahasiswa jarang memeriksa kebenaran hasil. Dosen dapat melatih strategi sederhana, misalnya:

- a. memeriksa kembali antiturunan dengan cara menurunkannya,
- b. mengecek tanda (positif/negatif) hasil integral dengan meninjau grafik fungsi,
- c. membandingkan hasil eksak dengan perkiraan numerik (misalnya aturan trapesium sederhana).

4. Penggunaan Representasi Ganda

Untuk mengatasi kesulitan representasi simbolik (pecahan–desimal, eksponen–akar), mahasiswa perlu dibiasakan menggunakan berbagai representasi. Satu soal integral dapat diselesaikan dengan menuliskan bentuk pangkat, bentuk akar, dan divisualisasikan dengan grafik. Latihan ini membantu mahasiswa membangun fleksibilitas berpikir matematis

5. Diskusi Berbasis Analisis Kesalahan Temuan pseudo error mahasiswa dapat dijadikan sumber belajar. Dosen dapat menampilkan contoh jawaban mahasiswa yang salah tetapi tampak benar, lalu mengajak mahasiswa lain menganalisis di mana letak kesalahan. Strategi ini tidak hanya meningkatkan kesadaran metakognitif, tetapi juga menumbuhkan kebiasaan memeriksa ulang jawaban.

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan di atas, sebagai sebuah studi kasus eksploratif, penelitian ini menunjukkan bahwa kesalahan pseudo mahasiswa dalam kalkulus bukan sekadar kekeliruan prosedural, melainkan berakar pada keterputusan antara pemahaman konseptual, keterampilan prosedural, dan representasi simbolik. Meskipun jumlah subjek terbatas, hasil eksplorasi ini memperlihatkan pola kesalahan berulang yang dapat dijadikan dasar untuk merancang strategi pembelajaran yang lebih menekankan pada penguatan keterampilan aljabar, pemahaman konseptual integral, serta kemampuan verifikasi diri. Temuan ini juga membuka peluang untuk penelitian lanjutan dengan cakupan lebih luas sehingga dapat menguji konsistensi pola yang teridentifikasi pada konteks yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Angco, R.J.N., 2021, 'Error Analysis in Integral Calculus: A Modified Newman's Approach', *American Research Journal of Humanities and Social Sciences*, 4(9), 38–52.

Ariawan, R. & Zetriuslita, 2019, 'Analysis of Students' Error in Solving Critical Thinking Problems in Integral Calculus Course based on Newman', *Journal of Educational Sciences*, 3(2), 245–256.

Fitriani, N., 2020, 'Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu', *Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(2), 123–134.

Hasanah, U. & Surya, E., 2019, 'Analysis of students' errors in solving definite integral problems', *International Journal of Scientific & Technology Research*, 8(10), 124–128.

Hiebert, J. & Grouws, D.A., 2007, 'The effects of classroom mathematics teaching on students' learning', in F.K. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 371–404, Information Age, Charlotte, NC.

Hong, D.S., 2024, 'How do students learn definite integrals? Exploring opportunities to learn in lectures and textbooks', *School Science and Mathematics*, 124(1), 32–47.

Ismail, N.A. & others, 2021, 'Error analysis in integral calculus: A modified Newman's approach', *ResearchGate*.

Kusmaryono, I. & Nizaruddin, 2023, 'Transforming students' pseudo-thinking into real

thinking in mathematical problem solving', *International Journal of Educational Methodology*, 9(3), 477–491.

Kusumawati, D. & Wijaya, A., 2019, 'Pseudo errors in solving calculus problems: A case study on integral', *Infinity Journal of Mathematics Education*, 8(1), 45–56.

Lehmann, T., 2024, 'Understanding students' difficulties with definite integrals', *Mathematics Education Research Journal*.

Li, W., Julaihi, N.H. & Eng, T.H., 2017, *Analysis of errors in integral calculus among engineering students*, *AIP Conference Proceedings*, vol. 1847, 50003.

MathCo Journal, 2020, 'Selected papers on mathematics education', *Mathematics Education Journal*.

Mathematical Association of America, 2023, *Instructional Practices Guide*, MAA Press, Washington, DC.

Nilsen, H.K. & Jaworski, B., 2023, 'First-Year Engineering Students' Interpretations of Differentials and Definite Integrals', *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 9, 197–220.

Niss, M. & Højgaard, T., 2019, 'Mathematical competencies revisited', *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28.

Nursyahidah, F., Sa'dijah, C. & As'ari, A., 2020, 'Pseudo-thinking in mathematics problem solving', *International Journal of Instruction*, 13(2), 623–638.

Oehrtman, M. & Simmons, A., 2023, 'Students' reasoning about accumulation and the definite integral', *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 9(2), 245–268.

Pratama, R. & Hidayat, A., 2022, 'Analisis kesalahan pseudo mahasiswa dalam kalkulus dasar', *Jurnal Edukasi Matematika*, 13(2), 201–213.

Putra, A. & Hidayat, W., 2023, 'Pseudo error patterns in calculus problem solving', *Journal of Mathematics Education Research*, 12(3), 255–270.

Putri, A. & Hidayah, I., 2023, 'Pseudo errors in solving calculus problems: Linking conceptual and procedural knowledge', *International Journal of Instructional Mathematics*, 16(3), 201–218.

Rahman, A. & Widjaja, Y., 2018, *Students' difficulties in learning integral calculus*, *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 948, 12034.

Rahmawati, D. & Suryadi, D., 2019, *Students' pseudo-thinking in solving calculus problems*, *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1188, 12090.

Rahmawati, F., Pamungkas, M.D., Ardiyanto, B., F., Z.N., Gunawan & Safitri, D., 2020,

‘Identification of Students’ Misconceptions on Integral Topic using a Four-Tier Diagnostic Test’, *MaPan: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 8(1), 114–124.

Roman, A.G., 2023, ‘Analyzing Common Errors in Differentiating and Integrating Functions as Basis for Supplemental Calculus Learning Tool’, *International Journal of Innovative Research in Multidisciplinary Education*, 7(5), 50–58.

Sari, N. & Surya, E., 2021, ‘Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan integral polinomial’, *Journal of Mathematics Education Research*, 10(2), 145–153.

Sari, N. & Yusnidar, 2021, ‘Pseudo error in solving calculus problems: A study on students’ misconceptions’, *Journal of Mathematics Education Research*, 12(2), 155–166.

Serhan, D., 2015, ‘Students’ understanding of the definite integral concept’, *International Journal of Research in Education and Science*, 1(1), 84–88.

Shimizu, Y. & Kang, H., 2025, ‘Cross-cultural perspectives in mathematics education’, *Journal of Mathematics Teacher Education*.

Springer, 2023, ‘Special issue: Teaching and learning of definite integrals’, *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 9(4).

Stewart, J., 2016, *Calculus: Early Transcendentals*, 8th edn., Cengage Learning, Boston, MA.

Sudirman & Daniel, T., 2021, ‘Identifying cognitive obstacles on the topic of definite integral’, *Elementary Education Online*, 20(2), 144–151.

Sus, I. & Izsák, A., 2024, ‘Exploring students’ representations of definite integrals’, *Educational Studies in Mathematics*.