ANALISIS DERET *FOURIER U*NTUK MENENTUKAN PERSAMAAN FUNGSI GELOMBANG SINUSOIDAL ARUS AC PADA OSILOSKOP

[1].Dian Sandi, [2].Imas R.E , Malinda

Pendidikan Fisika UHAMKA Jakarta

Email [1].diansandi@gmail.com
[2].iye212@yahoo.com

ABSTRAK

Analisis Deret Fourier untuk Menentukan Persamaan Fungsi Gelombang Sinusoidal pada Rangkaian Arus AC dengan Menggunakan Osiloskop. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan persamaan fungsi gelombang sinusoidal pada arus AC dengan menggunakan pendekatan deret *Fourier*, serta mencari tahu pengaruh amplitudo dan panjang gelombang terhadap ekspansi deret *Fourier.*

Metode yang digunakan dalam penilitian ini adalah metode eksperimen dengan menggunakan Osiloskop sebagai media untuk mengamati keluaran fungsi gelombang yang tejadi. Dengan pengambilan data sebanyak empat kali percobaan dengan variabel-variabel yang berbeda, maka didapatkan deret *Fourier* yang berbeda pula.

Dari penelitian yang telah dilakukan, serta berdasarkan perhitungan didapatkan kesimpulan bahwa ekspansi deret *Fourier* untuk fungsi gelombang dipengaruhi oleh panjang gelombang dan besarnya amplitudo dari sebuah gelombang, selain itu besarnya frekuensi akan berbanding terbalik dengan panjang gelombang. Lebih jauh lagi, keluaran fungsi gelombang berupa gelombang sinusoidal hanya akan didapati dengan menggunakan rangkaian AC pada Osiloskop.

Kata kunci: Gelombang Sinusoidal, Osiloskop, Deret *Fourier.*

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Dalam permasalahan fisika, banyak gejala yang dipelajari terkait dengan dinamika yang berulang-ulang atau periodik, seperti getaran atau osilasi. Contoh yang paling sederhana adalah gerakan berulang gerak harmonik sederhana oleh pegas yang membentuk fungsi sinusoidal jika kita gambarkan hubungan antara posisi dengan waktu. Di lain pihak, kadang kita dihadapkan pula pada permasalahan yang terkait dengan struktur yang memiliki periodisitas, seperti contohnya perambatan cahaya ketika melalui medium berlapis-lapis yang memiliki struktur lapisan periodik.

Secara umum, gejala atau struktur periodik yang diamati tidak memiliki bentuk sesederhana fungsi sinusoidal, bahkan seringkali tidak memiliki bentuk ungkapan analitik yang kita kenal. Untuk menangani permasalahan yang terkait dengan sistem periodik tersebut, maka kita dapat menggunakan uraian deret dengan fungsi-fungsi sinusoidal sebagai basisnya. Jika pada deret Taylor menjabarkan suatu fungsi berdasarkan deret pangkat, maka pada deret Fourier kita akan membahas perumusan yang kurang lebih sama tetapi diterapkan khusus pada fungsi-fungsi periodik yang secara umum tidak memiliki bentuk ungkapan analitik.

Adapun identifikasi masalahnya yaitu -

- Fungsi gelombang sinusoidal arus AC dengan menggunakan deret Fourier.
- Pengaruh periode terhadap ekspansi deret Fourier.
- Fungsi Ganjil-Genap pada persamaan fungsi gelombang sinusoidal arus AC.

Berdasarkan Latar belakang dan Identifikasi masalah diatas penelitian ini kami batasi masalahnya mengenai bagaimanakah persamaan fungsi gelombang sinusoidal pada rangkaian AC dalam Osiloskop dengan analisis deret Fourier.

Adapun perumusan masalah dalam penelitian ini adalah seperti apakah persamaan fungsi gelombang sinusoidal pada rangkaian AC dengan menggunakan ekspansi deret Fourier.

KAJIAN TEORI

Cepat Rambat

Cepat Rambat adalah jarak yang ditempuh arah perpindahan energi tiap satuan waktu. Dalam hal ini cepat rambat yang digunakan untuk gelombang adalah cepat rambat gelombang yang jika pada seutas tali diberikan energi akan terlihat naik-turun yang tegak lurus terhadap perambatannya.

Gelombang

Gelombang adalah sebarang gangguan dari kondisi kesetimbangan yang merambat dari satu daerah ke daerah yang lainnya. Gelombang merupakan proses merambatnya suatu getaran yang tidak disertai dengan perpindahan medium perantaranya, tetapi hanya memindahkan energi. Gelombang juga dapat disebut sebagai getaran yang merambat pada suatu medium. Pada gelombang yang merambat adalah gelombangnya, bukan zat medium perantaranya. Satu gelombang dapat dilihat panjangnya dengan menghitung jarak antara lembah dan bukit (gelombang tranversal) atau menhitung jarak antara satu rapatan dengan satu renggangan (gelombang longitudinal). Cepat rambat gelombang adalah jarak yang ditempuh oleh gelombang dalam waktu satu detik.

Gerak gelombang dapat juga dipandang sebagai suatu perpindahan energi dan momentum dari satu titik di dalam ruang ke titik lain tanpa perpindahan materi. Pada gelombang mekanik, seperti gelombang pada tali atau gelombang bunyi di udara, energi dan momentum dipindahkan
melalui gangguan dalam medium.

Cepat Rambat Gelombang

Cepat rambat gelombang didefinisikan sebagai perbandingan antara perpindahan (s) terhadap selang waktu (t) atau secara matematis dituliskan $v = \frac{s}{t}$. Ketika gelombang berpindah atau menempuh jarak sejauh satu panjang gelombang, maka waktu yang diperlukannya adalah periode gelombang itu sendiri, dan secara matematis dituliskan:$v = \frac{\lambda}{T}$

Karena periode merupakan kebalikan dari frekuensi, atau$T = \frac{1}{f}$, maka periode (T) pada persamaan diatas dapat diganti oleh besaran frekuensi, sehingga cepat rambat gelombang merupakan perkalian panjang gelombang dengan frekuensinya, dan secara matematis persamaannya menjadi:$v = \lambda . f$

Deret fourier adalah suatu deret yang banyak digunakan dalam bidang rekayasa. Deret ini pertama sekali ditemukan oleh seorang ilmuwan Perancis Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830). Deret yang selanjutnya dikenal sebagai Deret Fourier ini merupakan deret dalam bentuk sinusoidal (sinus dan cosinus) yang digunakan untuk merepresentasikan fungsi-fungsi periodik secara umum. Selain itu, deret ini sering dijadikan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan persamaan diferensial, baik persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial. Teori dasar dari deret Fourier cukup rumit. Meskipun demikian, aplikasinya sangat sederhana. Deret

Fourier ini lebih umum dibandingkan dengan deret Taylor. Hal ini disebabkan karena dalam banyak permasalahan praktis yang terkait dengan fungsi periodik tak kontinu dapat diselesaikan dengan menggunakan deret ini dan tidak ditemukan pada Deret Taylor. Berikut ini akan dijelaskan menngenai beberapa fungsi yang terdapat dalam deret *Fourier*.

Kerangka Berfikir

Deret Fourier yaitu deret yang suku-sukunya adalah periodik. Karena fungsi trigonometri merupakan fungsi periodic maka deret yang suku-sukunya fungsi trigonometri, terutama sinus dancosinus dapat disebut deret Fourier. Dalam banyak hal deret Fourier ini lebih bermanfaat dari pada deret pangkat yang telah kita pelajari, terutama untuk kasus-kasus yang berhubungan dengan gerak periodic seperti vibrasi atau oscilasi (getaran periodik) maupun gerak gelombang yang dideskripsikan oleh fungsi sinus atau cosinus.

METODE PENELITIAN

Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan persamaan fungsi gelombang sinusoidal pada arus AC dengan menggunakan osiloskop melalui pendekatan analisis deret *Fourier* serta mencari tahu pengaruh amplitudo dan panjang gelombang terhadap ekspansi deret *Fourier*. Selain itu, penelitian ini juga bertujuan untuk menentukan fungsi ganjil dan fungsi genap pada persamaan fungsi gelombang sinusoidal arus AC.

TEKNIK ANALISIS DATA

Teknik analisis data yang kami lakukan berupa eksperimen terhadap variasi frekuensi pada Osiloskop dan juga tegangan masukan pada power supply. Setelah diatur bentuk gelombang sinusoidal pada function generator ataupun power supply maka akan dituliskan besarnya frekuensi beserta panjang gelombang yang ternbentuk. Kemudian penelitian tersebut diulang dengan variasi frekuensi ataupun periode yang berbeda-beda yang juga bergantung dari berapa besarnya tegangan masukan yang diberikan, dan terakhir akan dianalisis persamaan tersebut dengan deret fourier yang kemudian akan diekspansikan hasil persamaan fungsi gelombang tersebut ke dalam ekspansi deret fourier.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data Hasil

Bentuk umum persamaan deret *Fourier:*

$$f(x) = \frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\sim}\left(a_o \cos\left[\frac{n\pi x}{L}\right] + b_n \sin\left[\frac{n\pi x}{L}\right]\right)$$

Dengan:

$$a_o = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)dx$$

$$a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\cos\left[\frac{n\pi x}{L}\right]dx$$

$$b_n = \frac{1}{L}\int_{-l}^{L} f(x)\sin\left[\frac{n\pi x}{L}\right]dx$$

Bentuk umum persamaan deret sinus dan cosinus setengah jangkauan *(half range):*

$$\begin{cases} a_n = 0,\ \ b_n = \dfrac{2}{L}\displaystyle\int_0^L f(x) sin\frac{n\pi x}{L}dx \text{ untuk deret sinus} \\ b_n = 0, a_n = \dfrac{2}{L}\displaystyle\int_0^L f(x) cos\frac{n\pi x}{L}dx \text{ untuk deret cosinu} \end{cases}$$

Bentuk umum deret *Fourier* dengan perioditas sembarang

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right)$$

Dengan:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(t)dt$$

$$a_n = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(t)\cos\left[\frac{2n\pi t}{T}\right]dt$$

$$b_n = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(t)\sin\left[\frac{2n\pi t}{T}\right]dt$$

Pembahasan

Pada data pertama, diamati keluaran gelombang dalam osiloskop tersebut memiliki fungsi dengan batas $f(x) = 1\ ;\ -2 < x < 2$. Sesuai dengan hipotesis kami bahwa keluaran gelombang berupa gelombang sinusoidal hanya akan muncul pada jenis rangkaian arus bolak-balik (AC) karena pada arus AC, gelombang akan bergerak secara periodik atau berlangsung secara berulang-ulang karena dipengaruhi oleh tetapan waktu. Berbeda dengan jenis rangkaian arus DC, bentuk keluaran gelombang bukan merupakan gelombang sinusoidal karena pada arus DC gelombang bergerak hanya ke satu arah saja dan tidak berlangsung secara periodik. Selain itu, pada data pertama variabel-variabel yang didapatkan adalah dari pengamatan langsung dan bukan melalui penurunan rumus. Dari data pertama didapatkan hasil $a_0 = 2,\ a_n = 0$, $b_n = \frac{1}{n\pi}(2^n)$. Dan ekspansi deret *Fourier* nya menjadi $f(x) = 1 + \frac{2^n}{n\pi} sin\left[\frac{n\pi x}{2}\right]$

Untuk $n = 1\ ; f(x) = 1 + \frac{2}{\pi}\ sin\left[\frac{\pi x}{2}\right]$

Untuk $n = 2\ ; f(x) = 1 + \frac{4}{2\pi} sin[\pi x]$

Untuk $n = 3\ ; f(x) = 1 + \frac{8}{3\pi} sin\left[\frac{3\pi x}{2}\right]$

Jika diekspansikan ke dalam deret *Fourier* akan menjadi $f(x) = 1 + \left[\frac{2}{\pi} sin\left[\frac{\pi x}{2}\right] + \frac{4}{2\pi} sin\left[\frac{2\pi x}{2}\right] + \frac{8}{3\pi} sin\left[\frac{3\pi x}{2}\right] + \cdots\right]$

Pada data kedua, diamati keluaran gelombang dalam osiloskop tersebut memiliki fungsi dengan batas $f(x) = 2\ ;\ -2 < x < 3$. Sesuai dengan hipotesis kami bahwa keluaran gelombang berupa gelombang sinusoidal hanya akan muncul pada jenis rangkaian arus bolak-balik (AC) karena pada arus AC, gelombang akan bergerak secara periodik atau berlangsung secara berulang-ulang karena dipengaruhi oleh tetapan waktu. Berbeda dengan jenis rangkaian arus DC, bentuk keluaran gelombang bukan merupakan gelombang sinusoidal karena pada arus DC gelombang bergerak hanya ke satu arah saja dan tidak berlangsung secara periodik. Selain itu, pada data pertama variabel-variabel yang didapatkan adalah dari pengamatan langsung dan bukan melalui penurunan rumus. Dari data kedua didapatkan hasil $a_0 = \frac{10}{3},\ a_n = \frac{2}{n\pi}(-1)^n,\ b_n = \frac{2}{n\pi}(1)^n$.

Dan ekspansi deret *Fourier* nya menjadi $f(x) = \frac{5}{3} + \frac{2}{n\pi}\left[(-1)^n cos\left[\frac{n\pi x}{3}\right] + (1)^n sin\left[\frac{n\pi x}{3}\right]\right]$

Untuk$n = 1\ ; f(x) = \frac{5}{3} + \frac{2}{\pi}\left[-cos\left[\frac{\pi x}{3}\right] + sin\left[\frac{\pi x}{3}\right]\right]$

Untuk $n = 2\ ; f(x) = \frac{5}{3} + \frac{1}{\pi}\left[cos\left[\frac{2\pi x}{3}\right] + sin\left[\frac{2\pi x}{3}\right]\right]$Untuk $n = 3\ ; f(x) = \frac{5}{3} + \frac{2}{3\pi}\left[-cos[\pi x] + sin[\pi x]\right]$

Jika diekspansikan ke dalam deret *Fourier* akan menjadi $f(x) = \frac{5}{3} + \frac{2}{\pi}\left[\left(-cos\left[\frac{\pi x}{3}\right] + sin\left[\frac{\pi x}{3}\right]\right) + \left(\frac{1}{2} cos\left[\frac{2\pi x}{3}\right] + \frac{1}{2} sin\left[\frac{2\pi x}{3}\right]\right) + \left(-\frac{1}{3} cos[\pi x] + \frac{1}{3} sin[\pi x]\right) + \cdots\right]$

Pada data ketiga, diamati keluaran gelombang dalam osiloskop tersebut memiliki fungsi dengan batas $f(x) = 2\ ;\ -3 < x < 3$. Sesuai dengan hipotesis kami bahwa keluaran gelombang berupa gelombang sinusoidal hanya akan muncul pada jenis rangkaian arus bolak-balik (AC) karena pada arus AC, gelombang akan bergerak secara periodik atau berlangsung secara berulang-ulang karena dipengaruhi oleh tetapan waktu. Berbeda dengan jenis rangkaian arus DC, bentuk keluaran gelombang bukan merupakan gelombang sinusoidal karena pada arus DC gelombang bergerak hanya ke satu arah saja dan tidak berlangsung secara periodik. Selain itu, pada data pertama variabel-variabel yang didapatkan adalah dari pengamatan langsung dan bukan melalui penurunan rumus. Dari data kedua didapatkan hasil $a_0 = 4$, $a_n = 0$, $b_n = \frac{2}{n\pi}(2)^n$. Dan ekspansi deret *Fourier* nya menjadi $f(x) = 2 + \frac{2}{n\pi}(2)^n sin\left[\frac{n\pi x}{3}\right]$

Untuk $n = 1\,; f(x) = 2 + \frac{4}{\pi} sin\left[\frac{\pi x}{3}\right]$

Untuk $n = 2\,; f(x) = 2 + \frac{4}{\pi} sin\left[\frac{2\pi x}{3}\right]$

Untuk $n = 3\,; f(x) = 2 + \frac{6}{\pi} sin[\pi x]$

Jika diekspansikan ke dalam deret *Fourier* akan menjadi $f(x) = 2 + \left[\frac{4}{\pi} sin\left[\frac{\pi x}{3}\right] + \frac{4}{\pi} sin\left[\frac{2\pi x}{3}\right] + \frac{6}{\pi} sin[\pi x] + \cdots\right]$

Pada data keempat, diamati keluaran gelombang dalam osiloskop tersebut memiliki fungsi dengan batas $f(x) = 3\,;\ -3 < x < 3$. Sesuai dengan hipotesis kami bahwa keluaran gelombang berupa gelombang sinusoidal hanya akan muncul pada jenis rangkaian arus bolak-balik (AC) karena pada arus AC, gelombang akan bergerak secara periodik atau berlangsung secara berulang-ulang karena dipengaruhi oleh tetapan waktu. Berbeda dengan jenis rangkaian arus DC, bentuk keluaran gelombang bukan merupakan gelombang sinusoidal karena pada arus DC gelombang bergerak hanya ke satu arah saja dan tidak berlangsung secara periodik. Selain itu, pada data pertama variabel-variabel yang didapatkan adalah dari pengamatan langsung dan bukan melalui penurunan rumus. Dari data kedua didapatkan hasil $a_0 = 6$, $a_n = 0$, $b_n = \frac{3}{n\pi}(2)^n$. Dan ekspansi deret *Fourier* nya menjadi $f(x) = 3 + \frac{3}{n\pi}(2)^n sin\left[\frac{n\pi x}{3}\right]$

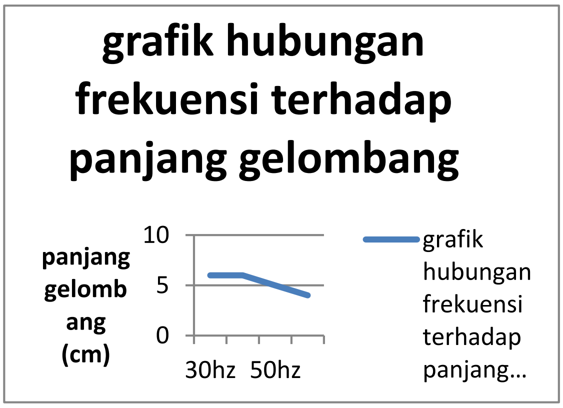
Untuk $n = 1\,; f(x) = 3 + \frac{6}{\pi} sin\left[\frac{\pi x}{3}\right]$

Untuk $n = 2\,; f(x) = 3 + \frac{6}{\pi} sin\left[\frac{2\pi x}{3}\right]$

Untuk $n = 3\,; f(x) = 2 + \frac{8}{\pi} sin[\pi x]$

Jika diekspansikan ke dalam deret *Fourier* akan menjadi $f(x) = 3 + \left[\frac{6}{\pi} sin\left[\frac{\pi x}{3}\right] + \frac{6}{\pi} sin\left[\frac{2\pi x}{3}\right] + \frac{8}{\pi} sin[\pi x] + \cdots\right]$

Grafik Hasil Penelitian



Grafik di atas merupakan grafik hubungan frekuensi terhadap panjang gelombang yang didapatkan dalam praktikum tersebut. Kita bisa melihat bahwasanya grafik tersebut memberikan kita kesimpulan yakni semakin besar nilai frekuensi dari satu gelombang, maka akan semakin kecil panjang dari gelombang tersebut. Pada data pertama, didapatkan nilai frekuensi sebesar 60 hz dan panjang gelombang sebesar 4 cm. Pada data kedua, didapatkan nilai frekuensi sebesar 50 hz dan panjang gelombang sebesar 5 cm. Pada data ketiga, didapatkan nilai frekuensi sebesar 40 hz dan panjang gelombang sebesar 6 cm. Pada data keempat, didapatkan nilai frekuensi sebesar 30 hz dan panjang gelombang sebesar 6 cm. Hal ini semakin menguatkan kita pada kesimpulan bahwa semakin besar nilai frekuensi dari suatu gelombang, maka akan semakin kecil panjang gelombang tersebut.

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah kami lakukan, terdapat beberapa kesimpulan yang kami dapatkan, yakni deret *Fourier* merupakan sebuah deret yang dapat digunakan untuk menyederhanakan fungsi-fungsi gelombang yang rumit, yang terdapat komponen sinus dan cosinus di dalamnya, deret ini juga kerap digunakan untuk menyederhanakan besarnya gelombang periodik, atau gelombang yang berlangsung secara terus menerus dalam waktu tertentu. Walaupun deret *Fourier* adalah deret yang biasa digunakan untuk menyederhanakan fungsi gelombang, namun banyak orang yang menganggap bahwa fungsi tersebut justru akan bertambah rumit. Hal itu tidaklah benar, kerumitan fungsi gelombang pada deret *Fourier* disebabkan karena fungsi tersebut akan diubah menjadi bentu deret.

Lebih jauh lagi, dalam percobaan ini juga disimpulkan bahwa bentuk keluaran gelombang berupa gelombang sinusoidal yang teramati dalam osiloskop hanya akan dijumpai ketika kita memberikan sumber tegangan pada arus AC dan bukan pada arus DC. Hal ini dikarenakan pada arus AC, gelombang akan berlangsung secara terus menerus yang berpengaruh terhadap waktu dan begerak bolak-balik, artinya gelombang tersebut memiliki sifat periodik. Berbeda dengan arus DC, pada arus ini gelombang hanya mengalir hanya ke satu arah saja sehingga jenis gelombang yang terbentuk bukanlah gelombang sinusoidal. Percobaan ini juga menunjukkan kita bahwa jika gelombang memiliki batas atas dan batas bawah yang nilainya sama besar, maka gelombang tersebut hanya akan membentuk fungsi ganjil, dan atau fungsi genap saja, tetapi tidak bisa menjadi fungsi keduanya. Dalam kasus tersebut juga diketahui bahwasanya deret *Fourier* yang akan terbentuk juga lebih sederhana dibandingkan jika gelombang memiliki batas atas dan batas bawah yang nilainya tidak sama besar. Terakhir, pada percobaan ini, kami juga menarik kesimpulan yang cukup menarik, yakni besarnya frekuensi suatu gelombang akan berbanding terbalik dengan panjang gelombang tersebut. Dengan kata lain semakin kecil nilai frekuensi dari suatu gelombang, maka akan semakin besar panjang gelombang tersebut.