

DOI: doi.org/10.21009/SPEKTRA.033.01

Received: 03 August 2018
Revised: 31 August 2018
Accepted: 10 September 2018
Published: 30 December 2018

TWO-DIMENSIONAL DYNAMICS OF SPHERICAL GRAIN FLOATING ON THE PROPAGATING WAVE FLUID SURFACE

Sparisoma Viridi^{1,a)}, Nurhayati^{2,b)}, Johri Sabaryati^{3,c)}, Dewi Muliyati^{4,d)}

¹FMIPA, Institut Teknologi Bandung, Bandung 40132, Indonesia

²FST, Universitas Islam Negeri Ar-Raniry, Banda Aceh 23111, Indonesia

³FKIP, Universitas Muhammadiyah Mataram, Mataram 83127, Indonesia

⁴FMIPA, Universitas Negeri Jakarta, Jakarta 13220, Indonesia

Email: ^{a)}dudung@gmail.com, ^{b)}firstnur1708@gmail.com, ^{c)}joyafarashy@gmail.com, ^{d)}dmuliyati@gmail.com

Abstrak

Simulasi dinamika butiran berbentuk bola pada permukaan fluida yang merambatkan gelombang dilakukan dengan menggunakan metode dinamika molekuler yang mengasumsikan bahwa superposisi gaya angkat dengan gaya gravitasi, yang diperlambat dengan gaya hambat fluida, menyebabkan benda dapat bergerak dua-dimensi. Hal ini berbeda dengan hasil sebelumnya di mana benda hanya dapat bergerak dalam satu dimensi dikarenakan ukuran bola $D_b \ll \lambda_f$, sedangkan dalam pekerjaan ini $D_b < \lambda_f$ sehingga arah gaya angkat perlu diperhatikan. Secara teori gerak dua-dimensi akan cenderung menjadi gerak satu-dimensi bila nilai D_b/λ kurang dari nilai tertentu, dan tetap dua dimensi bila melampaui nilai tertentu. Diperoleh dalam pengamatan selama 20 s bahwa frekuensi gelombang dapat mempengaruhi arah perpindahan benda berbentuk bola tersebut, menjadi searah atau berlawanan arah dengan arah rambat gelombang pada permukaan fluida.

Kata-kata kunci: butiran, simulasi, gaya angkat, gaya gravitasi, gaya hambat fluida.

Abstract

Simulation of a spherical grain floating in fluid surface propagating sinusoidal wave is performed using molecular dynamics method by assuming that superposition of buoyant, gravitational, and viscous forces will make the grain to move in two-dimension. It is different than previous result, where the grain can only move in one-dimension since size of the grain $D_b \ll \lambda_f$. In this work $D_b < \lambda_f$ so that direction of buoyant force must be considered. It is predicted theoretically that the two-dimensional motion tends to be a one-dimensional motion when D_b/λ less than a certain value, but it remains as a two-dimensional motion when more than that value. In 20 s of observation frequency of the sinusoidal wave can determine whether the grain will move in the same direction of the travelling wave or not.

Keywords: grains, simulation, buoyant force, gravitational force, viscous force.

PENDAHULUAN

Observasi obyek yang mengambang telah lama menjadi penelitian yang menarik, baik dari sisi pembelajarannya [1], maupun dari sisi penerapannya terutama terkait dengan distribusi spasial-temporalnya di laut [2], yang sebagian besarnya adalah sampah yang jumlahnya mencapai 5×10^{12} potong dan massa keseluruhannya mencapai 2.5×10^5 ton [3], dan juga bagaimana obyek terbawa saat

bendungan pecah [4]. Secara lokal teramati pula dalam eksperimen bahwa posisi awal benda menentukan bagaimana gerakanya dalam sebuah vorteks [5]. Pemodelan sistem yang kompleks ini dilakukan dengan simulasi acak untuk membangkitkan berbagai ensembel sebaran polutan yang mungkin dan kemudian dirata-ratakan untuk memperkirakan dispersi spasialnya [6]. Sistem dapat pula dibangun dari berbagai sub-sistem yang saling berinteraksi, seperti pemodelan sirkulasi arus, gelombang, cuaca, pantai, dan lainnya, seperti dalam sistem Poseidon [7]. Dari sisi bahan butiran pemodelan dapat dimulai dengan memodelkan obyek berbentuk bola yang berinteraksi dengan fluida, yang untuk ukuran benda yang jauh lebih kecil dari panjang gelombang fluida, dapat dianggap sebagai sistem dinamis satu-dimensi [8], yang dalam hal ini masih mengabaikan peran dari tegangan permukaan [9]. Dalam tulisan ini perluasan sistem sebelumnya dilakukan sehingga dapat diperoleh dinamikanya sebagai sistem dua-dimensi, yang masih mengabaikan efek balik gerak benda terhadap gelombangnya [10] dan juga efek rotasinya [11].

METODE

Terdapat dua bagian dalam sistem yang dibahas dalam tulisan ini, yaitu permukaan fluida yang menggambarkan perambatan gelombang sinusoidal dan partikel berbentuk bola yang mengambang pada permukaan fluida tersebut.

Permukaan fluida

Permukaan fluida yang merambatkan gelombang sinusoidal diformulasikan dengan terlebih dahulu mendefinisikan sumber vibrasi yang terdapat di $x = x_0$, sehingga posisi vertikal permukaan fluida pada titik tersebut diberikan oleh

$$z(t) = A \sin(\omega t + \phi_0) \quad (1)$$

dan posisi vertikal permukaan fluida di sembarang tempat x dan waktu t diberikan oleh fungsi gelombang

$$z(x, t) = A \sin[\omega t + \phi_0 - k(x - x_0)], \quad (2)$$

dengan ω adalah frekuensi angular, ϕ_0 adalah fasa awal, dan k adalah bilangan gelombang. Parameter pertama dan ketiga terkait dengan frekuensi gelombang f , periode gelombang T , dan panjang gelombang λ melalui

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \quad (3)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (4)$$

sehingga cepat rambat gelombang dapat dituliskan menggunakan

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}. \quad (5)$$

Gaya gravitasi

Partikel mengalami gaya gravitasi dalam bentuk

$$\vec{F}_G = \frac{1}{6} \pi D_b^3 \rho_b \vec{g}, \quad (6)$$

dengan D_b adalah diameter partikel, ρ_b adalah massa jenis partikel dan \vec{g} adalah percepatan gravitasi. Bentuk partikel telah diasumsikan berbentuk bola sehingga parameter yang diperlukan untuk menghitung volume V_b dan kemudian massanya m_b hanya diameternya D_b .

Gaya apung

Dalam studi sebelumnya, karena gerak dinamika partikel hanya dalam satu-dimensi, maka arah gaya apung \vec{F}_A akan searah dengan $-\vec{g}$ [5], akan tetapi dalam penelitian ini arahnya dinyatakan dengan

$$\vec{g}' \neq \vec{g}. \quad (7)$$

Besarnya gaya apung F_A bergantung dari posisi vertikal permukaan fluida z_f dalam bentuk

$$F_A = \begin{cases} \frac{1}{6} \pi D_b^3 \rho_f g, & z \leq z_f - \frac{1}{2} D_b, \\ \pi \left\{ \frac{1}{4} D_b^2 \left[(z_f - z) + \frac{1}{2} D_b \right] - \frac{1}{3} \left[(z_f - z)^3 + \frac{1}{8} D_b^3 \right] \right\} \rho_f g, & z_f + \frac{1}{2} D_b \leq z \leq z_f - \frac{1}{2} D_b, \\ 0, & z_f + \frac{1}{2} D_b \leq z. \end{cases} \quad (8)$$

Persamaan (8) menggambarkan bahwa hanya volume benda yang tercelup V_f yang berkontribusi pada gaya apung dengan ρ_f adalah massa jenis fluida. Arah \vec{g}' diilustrasikan dalam GAMBAR 1 yang akan diperoleh dengan memanfaatkan vektor \vec{r}_{AB}

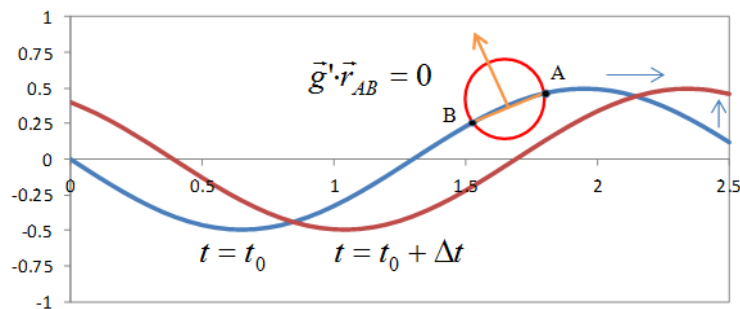
$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_A - \vec{r}_B = (x_A - x_B)\hat{x} + (z_A - z_B)\hat{z}, \quad (9)$$

dengan nilai-nilai z_A dan z_B diperoleh menggunakan Persamaan (2) dalam bentuk

$$z_A = z(x_A, t) \quad (10)$$

dan

$$z_B = z(x_B, t). \quad (11)$$



GAMBAR 1. Arah vektor \vec{g}' (arah gaya apung) dan hubungannya dengan \vec{r}_{AB} (permukaan fluida). Kurva berwarna biru dan merah berturut-turut menggambarkan permukaan fluida saat $t = t_0$ dan suatu saat kemudian $t = t_0 + \Delta t$.

Posisi horisontal partikel adalah x yang akan memberikan posisi x_A dan x_B melalui

$$x_A = x + \frac{1}{2} D_b \quad (12)$$

dan

$$x_B = x - \frac{1}{2} D_b. \quad (13)$$

Selanjutnya dapat dituliskan kembali Persamaan (10) dan (11) secara eksplisit

$$z_A = A \sin[\omega t + \varphi_0 - k(x + D/2 - x_0)] \quad (14)$$

dan

$$z_B = A \sin[\omega t + \varphi_0 - k(x - D/2 - x_0)], \quad (15)$$

dengan selisih posisi vertikalnya adalah

$$|\Delta z| = |z_A - z_B| = |2A \cos[\omega t + \varphi_0 - k(x - x_0)] \sin(\pi D / \lambda)|, \quad (16)$$

yang untuk $D / \lambda \ll 10^{-2}$ membuat $\Delta z \approx 0$, sehingga dalam tulisan ini dipilih $0.0125 < D / \lambda < 0.5$.

Dengan menggunakan Persamaan (14)-(16) serta nilai-nilai x_A dan x_B dapat diperoleh bahwa

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_A - \vec{r}_B = \hat{x}\Delta x + \hat{z}\Delta z \quad (17)$$

dan

$$r_{AB} = |\vec{r}_{AB}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}, \quad (18)$$

sehingga

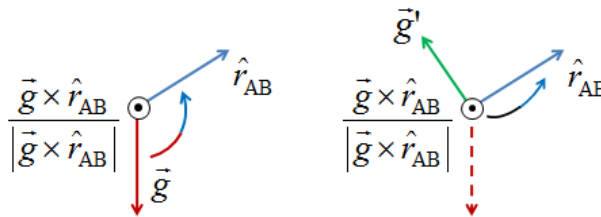
$$\hat{r}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}} = \frac{\hat{x}\Delta x + \hat{z}\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}}. \quad (19)$$

Terdapat hubungan

$$\vec{g}' \perp \hat{r}_{AB} \quad (20)$$

sebagaimana telah disertakan dalam GAMBAR 1. Selanjutnya, sebagaimana ditunjukkan dalam GAMBAR 2 dapat diperoleh rumusan

$$\vec{g}' = \frac{\vec{g} \times \hat{r}_{AB}}{|\vec{g} \times \hat{r}_{AB}|} \times \hat{r}_{AB}. \quad (21)$$



GAMBAR 2. Bagaimana cara menentukan vektor \vec{g}' (arah gaya apung) dengan \hat{r}_{AB} (permukaan fluida).
 Formulasi lengkap dari \vec{F}_A diberikan oleh

$$\vec{F}_A = F_A \vec{g}' \quad (22)$$

dengan menggunakan Persamaan (8) dan (21).

Gaya gesek fluida

Pada partikel berlaku gaya gesek fluida dalam bentuk

$$\vec{F}_D = \begin{cases} 0, & z_f + \frac{1}{2}D_b \leq z, \\ -6\pi\eta_f \sqrt{\frac{1}{4}D_b^2 - (z_f - z)^2} (\vec{v} - \vec{v}_f), & z_f \leq z \leq z_f + \frac{1}{2}D_b, \\ -3\eta_f D (\vec{v} - \vec{v}_f), & z \leq z_f, \end{cases} \quad (23)$$

dengan η_f adalah viskositas fluida, \vec{v} adalah kecepatan partikel, dan \vec{v}_f adalah kecepatan fluida

$$\vec{v}_f = \frac{dz}{dt} \hat{z} + \frac{\lambda}{T} \hat{x}. \quad (24)$$

Simulasi dilakukan dengan menggunakan metode dinamika molekuler yang menghitung percepatan partikel melalui hukum II Newton dan melakukan integrasi numerik dengan metode Euler.

Hukum II Newton

Untuk gerak translasi berlaku bahwa

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \tag{25}$$

sehingga untuk sistem yang dibahas dalam tulisan ini dapat diperoleh

$$\vec{a}(z_f) = \frac{1}{m_b} [\vec{F}_G + \vec{F}_A(z_f) + \vec{F}_D(z_f)]. \tag{26}$$

Metode Euler

Integrasi numerik dari percepatan \vec{a} dengan syarat batas akan memberikan \vec{v} melalui

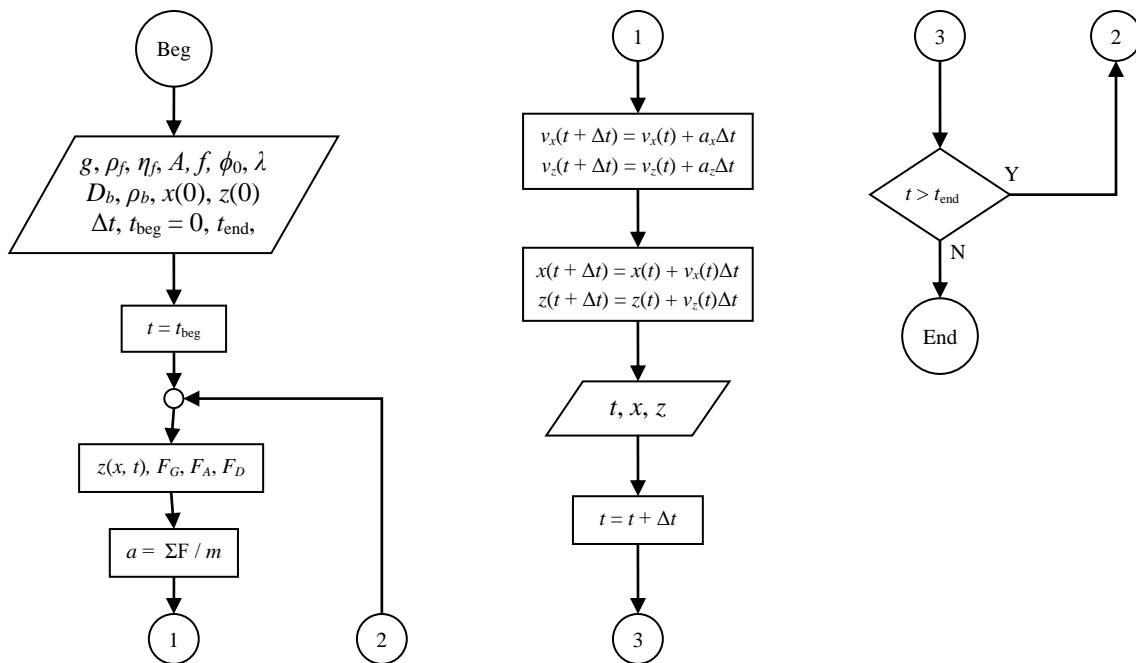
$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \int_t^{t+\Delta t} \vec{a} dt \approx \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t, \tag{27}$$

dan kemudian untuk \vec{r} melalui integrasi numerik dari \vec{v} dengan syarat batasnya akan memberikan

$$\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \int_0^t \vec{v} dt \approx \vec{r}(t) + \vec{v}\Delta t. \tag{28}$$

Diagram alir

Keseluruhan proses yang dilakukan dalam simulasi diberikan dalam GAMBAR 3.



GAMBAR 3. Diagram alir simulasi dinamika obyek berbentuk bola yang terapung pada permukaan fluida yang bergelombang secara sinusoidal.

Simulasi dihentikan saat waktu akhir $t = t_{end}$ telah tercapai.

HASIL DAN DISKUSI

Parameter yang digunakan dalam simulasi adalah seperti diberikan dalam TABEL 1 apabila tidak diberikan penjelasan tambahan.

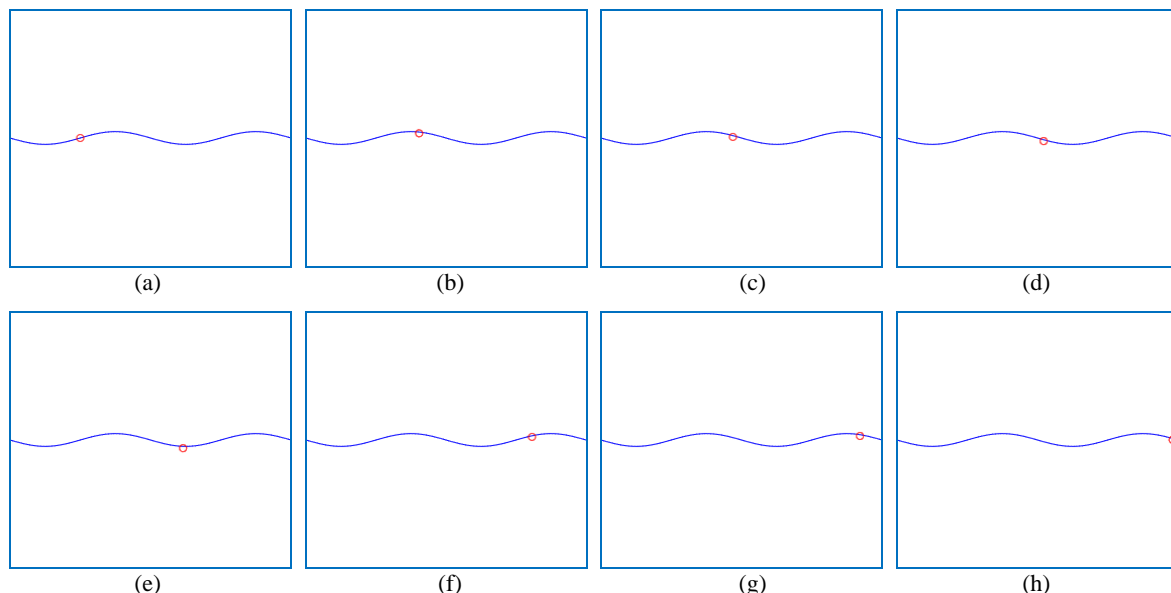
TABEL 1. Parameter-parameter standar yang digunakan dalam simulasi.

Parameter	Nilai	Satuan	Keterangan
g	9.81	$m \cdot s^{-2}$	percepatan gravitasi
ρ_f	1000	$kg \cdot m^{-3}$	massa jenis fluida
η_f	1	Pa·s	viskositas fluida
T_f	20	$^{\circ}C$	temperatur fluida
A	$(1, 2.5, 5, 10, 20) \times 10^{-2}$	m	amplitudo gelombang fluida
f	0.1, 0.2, 0.5, 1, 2	Hz	frekuensi gelombang fluida
λ	0.1, 0.5, 1, 2, 4	m	panjang gelombang fluida
ϕ_0	0	rad	fasa awal gelombang fluida
Δt	10^{-3}	s	langkah waktu
T_{data}	0.1	s	periode data
t_{beg}, t_{end}	0, 10	s	waktu awal, akhir simulasi
D_b	0.05	m	diameter benda
ρ_b	800	$kg \cdot m^{-3}$	massa jenis benda

Temperatur fluida dalam tulisan ini belum memberikan arti fisis. Penerapan dan analisis parameter ini dilakukan pada pekerjaan selanjutnya.

Gerak partikel

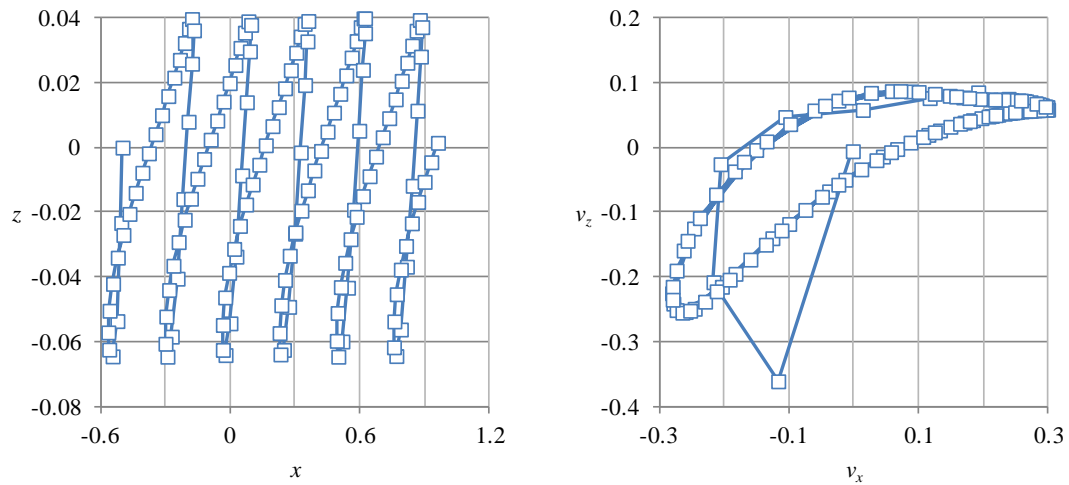
Secara umum hasil yang diperoleh adalah seperti dalam GAMBAR 4 dan 5 untuk partikel yang mengapung pada permukaan fluida yang merambat gelombang sinusoidal. Partikel perlahan-lahan merambat ke kanan sesuai dengan arah rambat gelombang pada permukaan fluida.



GAMBAR 4. Dinamika benda berbentuk bola dengan parameter simulasi $A = 0.05$ m, $f = 0.5$ Hz, $\lambda = 1$ m, dan nilai standar lainnya untuk berbagai saat t : (a) 0 s, (b) 2 s, (c) 4 s, (d) 6 s, (e) 8 s, (f) 10 s, (g) 12 s, dan (h) 14 s.

Saat $t = 0$ s partikel dianggap tidak memiliki kecepatan sehingga dalam GAMBAR 5 kanan digambarkan sebagai titik di tengah grafik v_z terhadap v_x . Setelah beberapa saat terlihat bahwa

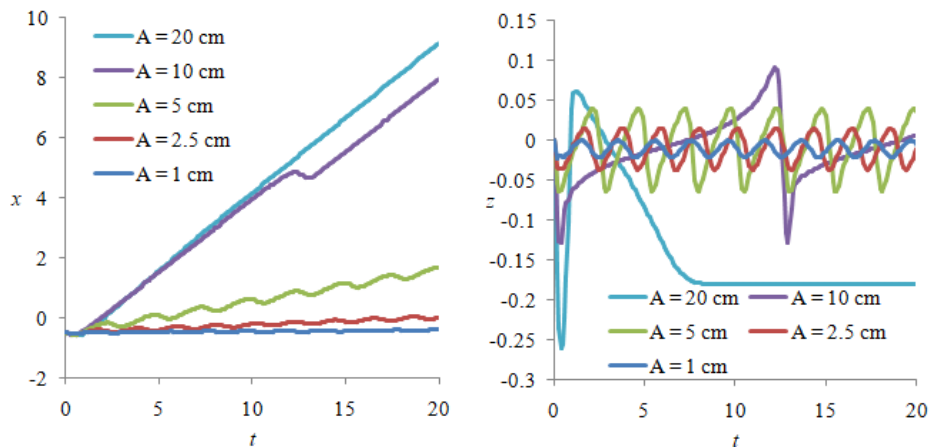
partikel memiliki hubungan fasa tertentu antara v_z dan v_x yang merupakan akibat interaksi antara partikel dengan gerak gelombang pada permukaan fluida.



GAMBAR 5. Dinamika partikel untuk $A = 0.05$ m, $f = 0.5$ Hz, $\lambda = 1$ m, dan nilai standar lainnya: z terhadap x (kiri) dan v_z terhadap v_x (kanan).

Pengaruh amplitudo

Berdasarkan TABEL 1 terdapat lima nilai amplitudo yang digunakan, yaitu 1, 2.5, 5, 10, 20 cm. Gerak partikel dikaitkan dengan nilai-nilai amplitudo tersebut diberikan dalam GAMBAR 6. Apabila dibandingkan dengan $D_b = 5$ cm maka variasi dilakukan untuk A / D_b bernilai 5, 2, 1, 0.5, 0.25.

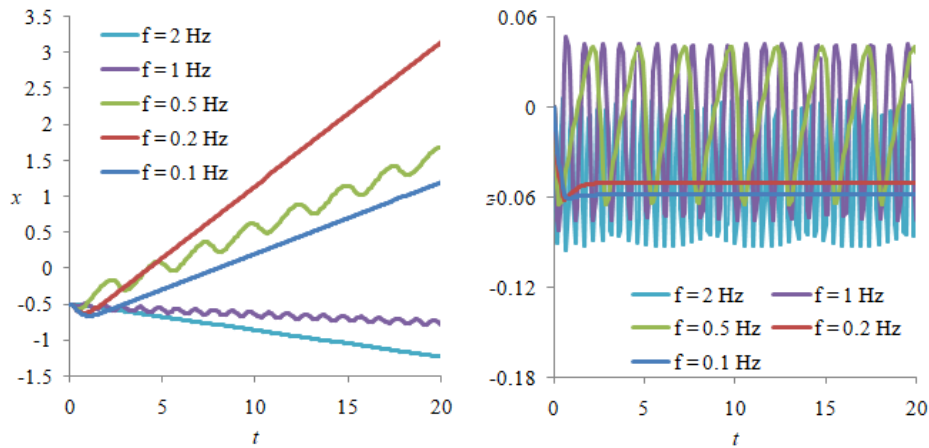


GAMBAR 6. Dinamika partikel untuk $f = 0.5$ Hz, $\lambda = 1$ m, dan nilai standar lainnya dengan variasi amplitudo A : x terhadap t (kiri) dan z terhadap t (kanan).

Dari GAMBAR 6 terlihat bahwa dengan semakin besarnya amplitudo A partikel akan semakin laju bergerak ke kanan (arah x positif) searah dengan arah rambat gelombang pada permukaan fluida. Arah vertikal (arah z) partikel bergerak berosilasi sesuai dengan osilasi gelombang pada permukaan fluida.

Pengaruh frekuensi

Terdapat lima macam variasi frekuensi 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2 Hz berdasarkan TABEL 1. Dinamika partikel dikaitkan dengan nilai-nilai tersebut diberikan dalam GAMBAR 7.

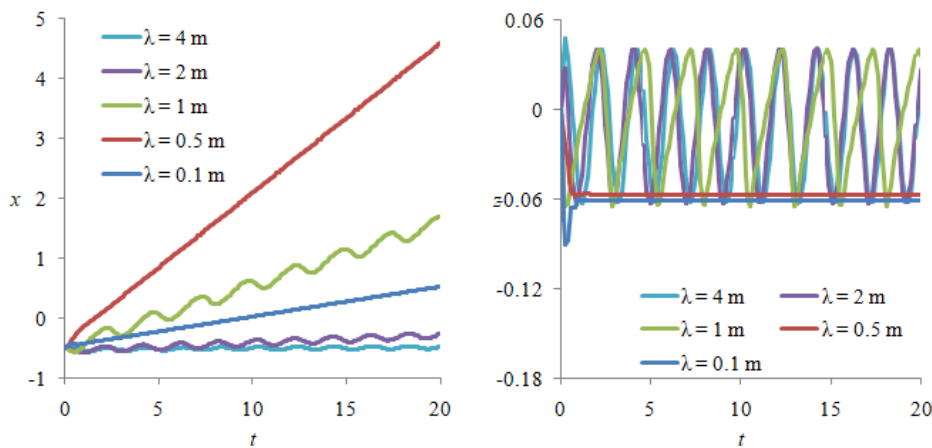


GAMBAR 7. Dinamika partikel untuk $A = 5 \text{ cm}$, $\lambda = 1 \text{ m}$, dan nilai standar lainnya dengan variasi frekuensi f : x terhadap t (kiri) dan z terhadap t (kanan).

Terdapat hal yang menarik bahwa pada arah horisontal arah gerak partikel secara keseluruhan, dengan mengabaikan gerak maju-mundur, bergantung pada frekuensi gelombang pada permukaan fluida. Frekuensi 0.1, 0.2, dan 0.5 Hz membuat partikel bergerak searah arah rambat gelombang sedangkan frekuensi 1 dan 2 Hz membuat partikel bergerak pada arah yang berlawanan. Sedangkan untuk arah vertikal, secara umum, amplitudo gelombang setara dengan gerakannya pada arah ini.

Pengaruh panjang gelombang

Dalam penelitian ini divariasikan lima nilai panjang gelombang yaitu 0.1, 0.5, 1, 2, dan 4 m, sebagaimana telah dicantumkan dalam TABEL 1. Dinamika partikel akibat nilai-nilai tersebut disajikan dalam GAMBAR 8.

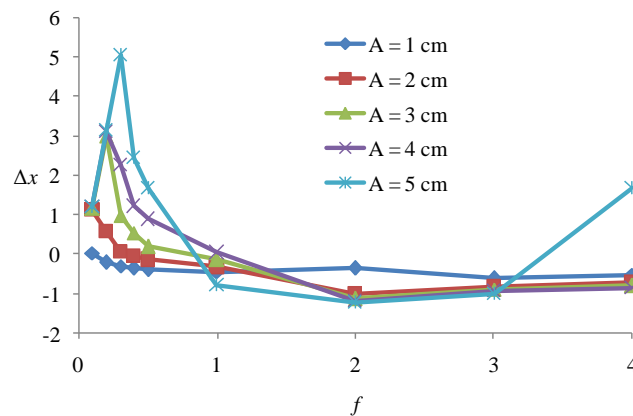


GAMBAR 8. Dinamika partikel untuk $f = 0.5 \text{ Hz}$, $A = 5 \text{ cm}$, dan nilai standar lainnya dengan variasi panjang gelombang λ : x terhadap t (kiri) dan z terhadap t (kanan).

Variasi panjang gelombang selalu membuat partikel bergerak searah dengan arah rambat gelombang pada permukaan fluida.

Perpindahan

Bila sumber gelombang pada permukaan fluida dapat disebabkan oleh suatu gangguan tertentu seperti angin, maka dapat diasumsikan bahwa parameter yang berpengaruh adalah amplitudo A dan frekuensi f sehingga dua parameter ini akan divariasikan untuk melihat pengaruhnya terhadap perpindahan Δx selama rentang pengamatan $t = 20 \text{ s}$, sebagaimana diberikan dalam GAMBAR 9.



GAMBAR 9. Perpindahan horisontal Δx sebagai fungsi frekuensi f untuk berbagai nilai amplitudo A .

Untuk frekuensi antara 0.3 – 0.5 Hz terlihat bahwa dengan semakin bertambahnya amplitudo akan menyebabkan perpindahan horisontalnya semakin besar. Untuk nilai-nilai lain masih belum terdapat pola yang dapat dijelaskan. Selain pada frekuensi antara 1 dan 2 Hz terlihat adanya persilangan untuk amplitudo 1 – 3 cm, yang kira-kira setara dengan setengah ukuran partikel yang dibahas.

Terdapatnya perpindahan yang dapat bernilai positif dan negatif ini dapat dimanfaatkan untuk menggabungkan partikel-partikel yang berbeda apabila gelombang pada masing-masing tempat sumbernya memiliki karakteristik yang berbeda.

SIMPULAN

Simulasi dinamika benda terapung pada permukaan fluida yang merambatkan gelombang sinusoidal telah dilakukan. Gerak dua dimensi dibatasi untuk nilai $0.0125 < D / \lambda < 0.5$ dan teramati bahwa nilai frekuensi tertentu dapat menyebabkan gerak benda searah atau berlawanan arah dengan arah rambat gelombang.

UCAPAN TERIMAKASIH

Terima kasih kepada skema penelitian P3MI ITB dalam tahun 2018 atas dukungannya pada penelitian ini.

REFERENSI

- [1] J. M. Vitale, M. C. Linn, "Designing virtual laboratories to foster knowledge integration: buoyancy and density" in *Cyber-Physical Laboratories in Engineering and Science Education*, M. E. Auer *et al.* eds. Springer Int. Pub. AG, 2018, ch. 7, pp. 163-189.
- [2] M. Thiel, I. A. Hinojosa, T. Joschko, L. Gutow, "Spatio-temporal distribution of floating objects in the German Bight (North Sea)," *J. Sea Res.*, vol. 65 pp. 368-379, Apr. 2011.
- [3] M. Eriksen, L. C. M. Lebreton, H. S. Carson, M. Thiel, C. J. Moore, J. C. Borerro, F. Galgani, P. G. Ryan, J. Reisser, "Plastic pollution in the world's oceans: More than 5 trillion plastic pieces weighing over 250,000 tons afloat at sea," *PLoS one*, vol. 9, pp. e111913 (15 pages), Dec. 2014.
- [4] G. Bilotta, A. Vorobyev, A. Hérault, D. Violeau, C. D. Negro, "SPH for the simulation of dam-break with floating objects" in *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2014*, Mathematics in Industry 22 G. Russo *et al.* eds. Cham: Springer, 2016, pp. 889-897.

- [5] A. A. Budnikov, P. V. Zharkov, Yu. D. Chashechkin, "Experimental modeling of the shifting of floating objects in 'garbage islands'," *Mosc. Univ. Phys. Bull.*, vol. 67, pp. 403-408, Jul. 2012.
- [6] C. C. Giarrusso, E. P. Carratelli, G. Spulsi, "On the effects of wave drift on the dispersion of floating pollutants," *Ocean Eng.*, vol. 28, pp. 1339-1348, Oct. 2001.
- [7] P. Annika, T. George, P. George, N. Konstantinos, D. Costas, C. Koutitas, "The Poseidon operational tool for the prediction of floating pollutant transport," *Mar. Pollut. Bull.* vol. 43 270-278, Jul.-Dec. 2001.
- [8] S. Viridi, Nurhayati, J. Sabaryati, "Dinamika satu-dimensi butiran berbentuk bola yang terapung pada permukaan fluida," in *Simposium Nasional Inovasi dan Pembelajaran Sains*, Bandung, Indonesia, 9-10 Juli 2018, pp. (revised).
- [9] L. Wu, Y. Yang, G. Yang, X. Gui, "Statics of supporting leg for a water strider robot" in *Proceedings of 2013 Chinese Intelligent Automation Conference*, Lecture Notes in Electrical Engineering 255 Z. Sun *et al.* eds. Heidelberg: Springer, 2013, ch. 39, pp. 349-356.
- [10] Y. Shi, S. Li, H. Zhang, S. Peng, H. Chen, R. Zhou, T. Mao, "Numerical modeling of floating oil boom motions in wave-current coupling conditions," *J. Ocean Univ. China*, vol. 16, pp. 602-608, Aug. 2017.
- [11] L. Chen, L. Sun, J. Zang, A. J. Hillis, A. R. Plummer, "Numerical study of roll motion of a 2-D floating structure in viscous flow," *J. Hydrodynam. B*, vol. 28, pp. 544-563, Aug. 2016.